

# Laboratorium #7: Równania cząstkowe w MATLABie

Rozważamy zagadnienie początkowo-brzegowe dla równania transportu:

$$u_t + au_x = 0, \quad x \in (-3, 3), t \in (0, 2,4),$$
$$u(0, x) = u_0(x)$$

i warunek brzegowy  $h(t)$  na odpowiednim brzegu. Zadanie polega na dodaniu do funkcji `NumericSolve` schematu Laxa-Friedrichsa:

$$\frac{u_m^{n+1} - \frac{1}{2}(u_{m+1}^n + u_{m-1}^n)}{k} + a \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} = 0.$$

Na brzegu, dla którego nie ma (wynikającego z zadania) warunku brzegowego należy użyć numerycznego warunku brzegowego podobnego do tego, który implementowaliśmy dla metod rozważanych na zajęciach:  $u_M^{n+1} = u_{M-1}^n$  dla  $a > 0$  oraz  $u_1^{n+1} = u_2^n$  dla  $a < 0$ .

Następnie zbadaj rozwiązania uzyskane tym schematem dla zagadnienia jak na zajęciach (identyczne  $u_0$  oraz  $h$ ) dla różnych  $a$  – jednego dodatniego ( $a = 1$ ) i jednego ujemnego ( $a = -1$ ). Użyj w obliczeniach kroku przestrzennego  $h = \frac{1}{10}$ ,  $h = \frac{1}{20}$  i  $h = \frac{1}{40}$  oraz  $\lambda = \frac{4}{5}$  i  $\lambda = \frac{8}{5}$ . Wyciągnij z tych eksperymentów wnioski na temat stabilności schematu oraz zbieżności. Czy zgadza się to z teorią podaną na wykładzie?

Pracę domową należy oddać w formie spakowanego katalogu `.zip` zawierającego tylko dwa M-pliki – plik funkcji `NumericSolve.m` z zaimplementowanym schematem różnicowym (może to być plik z zajęć z dopisanym schematem) oraz plik skryptu `lab07.m`, w którym będzie zawarty kod do przeprowadzenia testów i wyświetlenia wykresów (wnioski należy napisać w postaci komentarza w pliku).

**Termin oddania:** 5 grudnia, godz. 9:59.

**Przydatne funkcje:** `for ... end`, `if ... else ... end`, `plot` (i inne).