

Laboratorium #8: Równanie falowe i zjawisko rezonansu

Rozważamy zagadnienie początkowo-brzegowe dla równania falowego na odcinku:

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = F(t, x), \quad x \in [0, L], t \geq 0,$$

$$u(0, x) = u_0(x),$$

$$u_t(0, x) = v_0(x)$$

i zerowy warunek brzegowy typu Dirichleta lub Neumanna. Przyjmiemy $c = 1$ oraz $L = 1.2$. Na zajęciach zaimplementowaliśmy funkcję `WaveEquation1D`, która rozwiązywała podane zagadnienie dla $F \equiv 0$. Zadanie polega na zmodyfikowaniu tej funkcji tak, by można było rozwiązać zagadnienie niejednorodne (tzn. $F \neq 0$). Nagłówek funkcji powinien mieć postać

```
function [u, X, T, M, N] = ...
    WaveEquation1D(c, F, u0, v0, fL, fR, boundary, t, x, lambda, h),
```

a funkcja `F` powinna mieć postać funkcji anonimowej (tak jak funkcje `u0` i `v0`).

Następnie zbadaj rozwiązania uzyskane za pomocą tej funkcji dla następujących danych:

$$u_0(x) = \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right),$$

$$v_0(x) = 0,$$

$$F(t, x) = \begin{cases} 17 \cos^2\left(\frac{(10x-9)\pi}{2}\right) \cdot \cos(\omega t), & \text{jeśli } 0.8 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{w p.p.,} \end{cases}$$

gdzie $\omega = \frac{kc\pi}{L}$, $k \in \{1.5, 1.6, \dots, 2.4, 2.5\}$. Warunek brzegowy (zerowy) jest typu Dirichleta.

Przyjmij następujące parametry obliczeń:

$$h = \frac{1}{50}, \quad \lambda = \frac{8}{10}$$

i rozwiąż równanie w przedziale $t \in [0, T]$ dobranym tak, by można było wyciągnąć wnioski z przeprowadzonych obliczeń. Zaobserwuj dla $k = 2$ występowanie zjawiska rezonansu (czym się ono objawia?).

Pracę domową należy oddać w formie spakowanego katalogu `.zip` zawierającego tylko dwa M-pliki – plik funkcji `WaveEquation1D.m` (może to być uzupełniony plik z zajęć) oraz plik skryptu `lab08.m`, w którym będzie zawarty kod do przeprowadzenia testów i wyświetlenia wykresów (wnioski należy napisać w postaci komentarza w pliku).

Termin oddania: 12 grudnia, godz. 9:59.

Przydatne funkcje: `for end`, `if else end`, `plot`, `surf` (i inne).