

Laboratorium #9: Równanie dyfuzji

Rozważamy zagadnienie początkowo-brzegowe dla równania dyfuzji:

$$u_t = (D(x) \cdot u_x)_x, \quad x \in [0, L], t \geq 0,$$

$$u(0, x) = u_0(x)$$

i warunki brzegowe typu Dirichleta lub Neumanna. Funkcja $D(x)$ jest danym współczynnikiem dyfuzji. Na zajęciach zaimplementowaliśmy funkcję `DiffusionEquation`, która rozwiązywała podane zagadnienie z warunkiem brzegowym typu Dirichleta na obu brzegach. Zadanie polega na zmodyfikowaniu tej funkcji tak, by można było rozwiązać podane zagadnienie dla wszystkich możliwych kombinacji typów warunków brzegowych, np.

- warunek Dirichleta z lewej strony $u(t, 0) = f_L(t)$ i Neumanna z prawej $u_x(t, L) = f_R(t)$,
- warunek Neumanna na obu brzegach $u_x(t, 0) = f_L(t)$, $u_x(t, L) = f_R(t)$,
- itd.

Nagłówek funkcji powinien mieć postać

```
DiffusionEquation(D, u0, fL, fR, boundary, t, x, mu, h)
```

gdzie `boundary` jest dwuelementowym wektorem komórkowym postaci, np.

```
boundary = {'Dirichlet', 'Neumann'}
```

dla warunków brzegowych jak w punkcie (a) powyżej. Uwaga na typ nawiasów – ten typ wektora jest umieszczony w nawiasach **klamrowych** (odwołanie się do kolejnych elementów działa standardowo). Jaka jest interpretacja fizyczna każdego z typów warunku brzegowego?

Następnie zbadaj rozwiązania uzyskane za pomocą tej funkcji dla następujących danych:

$$D(x) = 2, \quad L = 10,$$

oraz dla różnych stałych warunków brzegowych (wszystkich możliwych typów, $f_L \equiv \text{const}$, $f_R \equiv \text{const}$). Jako u_0 należy dobrać taką funkcję (sinusoidalną), dla której warunki brzegowe będą zgodne z warunkiem początkowym. Przyjmij następujące parametry obliczeń: $h = \frac{1}{20}$, $\mu = \frac{1}{4}$ i rozwiąż równanie w przedziale $t \in [0, T]$ dobranym tak, by można było zaobserwować stabilizację rozwiązania.

Aby wykonać zadanie, należy zmodyfikować plik `DiffusionEquation.m` (dostępny na stronie) w miejscach, które są w nim odpowiednio zaznaczone. Pracę domową należy oddać w formie spakowanego katalogu `.zip` zawierającego tylko dwa M-pliki – plik funkcji `DiffusionEquation.m` oraz plik skryptu `lab09.m`, w którym będzie zawarty kod do przeprowadzenia testów i wyświetlenia wykresów (odpowiedź na postawione pytanie należy napisać w postaci komentarza w pliku).

Termin oddania: 19 grudnia, godz. 9:59.

Przydatne funkcje: `for end`, `plot`, `surf` (i inne).