

Laboratorium #12: Równania cząstkowe w Mathematicie

Należy w każdym zadaniu wykonać jedynie podpunkt zgodny z numerem na liście obecności na zajęciach (osoby nieobecne proszone są o kontakt mailowy w celu ustalenia numeru).

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
z1.	(a)	(b)	(a)	(a)	(a)	(b)	(c)	(b)	(a)	(b)	(c)	(b)	(c)
z2.	(a)	(a)	(a)	(b)	(c)	(b)	(c)	(b)	(d)	(c)	(d)	(d)	(d)
z3.	(b)	(c)	(c)	(c)	(b)	(d)	(c)	(b)	(d)	(d)	(b)	(d)	(c)

Sprawozdanie należy napisać w formie sformatowanego notatnika w *Mathematicie*.

Termin oddania: 23 stycznia, do godziny 23.59. Jest to ostatnie ćwiczenie punktowane i warto (a nawet jest to wskazane) dokończyć je podczas zajęć (gdzie można uzyskać pomoc). Wyniki ukażą się do 25 stycznia po południu.

Przydatne funkcje: DSolve, NDSolve, Plot, Plot3D, Manipulate (i inne).

Rozważamy zagadnienie początkowe dla niejednorodnego równania transportu

$$\begin{aligned}
 au_t(t, x) + bu_x(t, x) &= cf(t), & t > 0, x \in \mathbb{R}, \\
 u(0, x) &= ag(x), & x \in \mathbb{R}.
 \end{aligned}$$

Zadanie 1. Rozwiąż powyższe zagadnienie. Używając funkcji `Manipulate` oraz `Plot3D` pokaż jak uzyskane rozwiązanie zmienia się dla różnych wartości parametrów a , b oraz c . Przyjmij

- | | |
|---|---|
| <p>(a) $f(t) = \sin t, g(x) = \cos x,$</p> <p>(b) $f(t) = \cos t, g(x) = \sin x,$</p> | <p>(c) $f(t) = \sin t, g(x) = \sin x,$</p> <p>(d) $f(t) = \cos t, g(x) = \cos x.$</p> |
|---|---|

Uwaga. Dobierz odpowiednie (skończone) zakresy wyświetlanych zmiennych t oraz x , a także zakresy parametrów a , b oraz c .

Zadanie 2. Przyjmując $a = 1$, $c = 0$ oraz $g(x) = \cos x$ stwórz (używając funkcji `Manipulate` oraz `Plot`) animację pokazującą jak uzyskane rozwiązanie zmienia się w czasie dla:

- (a) $b = -2$, (b) $b = -1$, (c) $b = 1$, (d) $b = 2$.

Rozważmy zagadnienie początkowo-brzegowe dla niejednorodnego równania falowego opisane w instrukcji do Ćwiczenia 8 (*Równanie falowe i zjawisko rezonansu*) z zerowym warunkiem brzegowym typu Dirichleta.

Zadanie 3. Rozwiąż numerycznie podane zagadnienie (używając funkcji `NDSolve`) na przedziale $t \in (0, 50)$ dla:

- (a) $k = 1.6$, (b) $k = 1.8$, (c) $k = 2.2$, (d) $k = 2.4$.

Zaprezentuj rozwiązanie używając funkcji `Plot3D`. Następnie rozwiąż zagadnienie dla $k = 2$ i zaobserwuj zjawisko rezonansu. Jak można uzasadnić jego występowanie?