Lista tematów projektowych

Projekty **1-5** dotyczą równań różniczkowych **zwyczajnych**, a projekty **6-10** równań **cząstkowych**. Istotną częścią oceny każdego z tematów będzie zaprezentowanie zastosowania omawianego problemu i atrakcyjne przedstawienie wyników.
Większość z poniższych tematów była inspirowana tekstem, którego dane są podane pod opisem. Tekst ten może stanowić punkt wyjścia do realizacji projektu, jednak nie należy się tylko do niego ograniczać (bardzo często podane są w nim dane bibliograficzne do kolejnych tytułów). Niektóre tematy wymagają już od początku samodzielnych poszukiwań.

---

1. Inwazja zombie – modele epidemiologiczne

Równania różniczkowe zwyczajne pojawiają się w zastosowaniach epidemiologicznych do modelowania dynamiki populacji (np. przy rozprzestrzenianiu się pewnej choroby). Projekt polega na zbudowaniu i przeanalizowaniu modelu, który opisuje wzajemne zależności między odsetkiem ludzi, zombie i „martwych” zombie w populacji, które mogą wciąż powrócić do populacji jako „zwykłe” zombie.

Źródło: D. F. Griffiths, D. J. Higham, *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations. Initial Value Problems*, Springer 2010.

Zespół: ....

---

2. Reakcje biochemiczne – modelowanie za pomocą układów równań nieliniowych

Równania różniczkowe zwyczajne opisują również procesy zachodzące podczas reakcji chemicznych, np. w procesach typu Michaelisa-Mentena. Zadaniem postawionym w ramach projektu jest analiza odpowiednich układów równań, zarówno pod względem teoretycznym (analitycznym), jak i eksperymentalnym (numerycznym).

Źródło: R. L. Borrelli, C. S. Coleman, W. E. Boyce, *Differential Equations Laboratory Workbook. A Collection of Experiments, Explorations and Modeling Projects for the Computer*, John Wiley & Sons, Inc. 1992.
strona internetowa: http://www.idea.wsu.edu/OscilChem/

Zespół: ....

---

3. Czy można spaść do czarnej dziury?

Celem projektu jest zbadanie pewnego paradoksu – wyobraźmy sobie, że przebywamy na stacji kosmicznej, która porusza się po orbicie wokół czarnej dziury. W pewnym momencie nasz kolega astronauta wyskakuje ze stacji w kierunku czarnej dziury. Z jego punktu widzenia, będzie przyciągany przez czarną dziurę i w pewnym momencie przekroczy tzw. *horyzont zdarzeń*. Jednak z punktu widzenia obserwatora na stacji astronauta będzie się poruszał coraz wolniej i nigdy nie przekroczy horyzontu zdarzeń. Jak to możliwe?

Źródło: strony internetowe: https://www.markushanke.net/schwarzschild-spacetime-and-black-holes/, https://www.colorado.edu/amath/sites/default/files/attached-files/black-hole-project.pdf, https://physics.stackexchange.com/questions/21319/how-can-anything-ever-fall-into-a-black-hole-as-seen-from-an-outside-observer

Zespół: ....

4. Skok na bungee – jak go przetrwać?

Przypuśćmy, że skoczek znajduje się na moście, a 100 metrów pod nim płynie strumyk o głębokości 20 centymetrów. Skoczek ma do dyspozycji liny o jednakowej długości (ok. 60 metrów), ale o różnych parametrach. Celem projektu jest przeanalizowanie modelu skoku na bungee i dobranie odpowiednich parametrów liny tak, aby skoczek bezpiecznie przetrwał przygodę.

Źródło: strona internetowa: http://www.idea.wsu.edu/Bungee/

Zespół: ....

5. Rebelia – czy można przewidzieć losy powstania przeciwko władzy?

Historia zna przypadki, gdy państwa upadały pod wpływem akcji sił zbrojnych. Zdarzało się też, że mieszkańcy takiego kraju nieprzychylnie reagowali na militarną okupację i organizowali ruchy powstańcze przeciwko okupantowi. Celem projektu jest zbadanie modelu opisującego zmiany liczby okupantów i powstańców oraz próba przewidzenia losów takich inicjatyw. Model jest oparty na znanych modelach ewolucyjnych/epidemiologicznych.

Źródło: strona internetowa: http://www.idea.wsu.edu/Insurgency/

Zespół: ....

6. Wizualizacja wartości funkcji 3 zmiennych – rozwiązań równania falowego 3D

Wizualizacja rozwiązań równań różniczkowych cząstkowych dwóch zmiennych przestrzennych nie jest czymś skomplikowanym, jednak dokładając trzecią zmienną przestrzenną sprawiamy, że zadanie przestaje być trywialne. Celem projektu jest zbadanie równania trójwymiarowego równania falowego $u_{tt} = \Delta u$, gdzie $u = u(t, x, y, z)$. Należy zaimpementować prostą metodę numerycznego rozwiązywania tego równania, a także zaprezentować przykład wizualizacji rozwiązania.

Źródło: H. P. Langtangen, *Computational Partial Differential Equations. Numerical Methods and Diffpack Programming*, Springer 2003.

Zespół: ....

---

7. Modelowanie ruchu ulicznego przy pomocy równania Burgersa

Celem projektu jest zbadanie równania $u_t + f(u)_x = 0$, gdzie $u = u(t, x)$, $f(u) = \frac{u^2}{2}$, tzn. równania Burgersa. Jednym z przykładów zastosowań tego równania jest opis ruchu ulicznego. W ramach projektu należy zaimplementować metodę rozwiązywania równania Burgersa oraz zaprezentować przykład jego praktycznego zastosowania.

Źródło: H. P. Langtangen, *Computational Partial Differential Equations. Numerical Methods and Diffpack Programming*, Springer 2003.

Zespół: ....

---

8. Przepływ cieczy przez materiał porowaty – równanie Buckleya-Leveretta

Rozwiązania pewnych równań nieliniowych charakteryzują się tzw. falami uderzeniowymi, albo rozrzedzeniowymi. Celem tego projektu jest zbadanie jednego z przykładów tzw. hiperbolicznych praw zachowania, tzn. równania Buckleya-Leveretta $u_t + f(u)_x = 0$, gdzie $u = u(t, x)$, $f(u) = \frac{u^2}{u^2+\mu(1-u)^2}$. W ramach projektu należy zaimplementować metodę rozwiązywania tego równania oraz znaleźć przykład jego praktycznego zastosowania.

Źródło: H. P. Langtangen, *Computational Partial Differential Equations. Numerical Methods and Diffpack Programming*, Springer 2003.

Zespół: ....

---

9. Równanie Blacka-Scholesa w matematyce finansowej

Matematyka finansowa także korzysta z narzędzi, jakich dostarczają równania różniczkowe cząstkowe. Celem projektu jest zbadanie równania Blacka-Scholesa modelującego zmiany cen instrumentów finansowych w czasie. Warto odnieść się do rzeczywistych przykładów wykorzystania tego modelu na giełdzie.

Źródło: Internet....

Zespół: ....

---

10. Solitony – rozwiązania pewnych nieliniowych równań cząstkowych

Solitony to fale, które samoczynnie podtrzymują swój kształt przy poruszaniu się ze stałą prędkością. Można je modelować np. za pomocą tzw. równania Kortewega-de Vries. Celem projektu jest zaprezentowanie numerycznego rozwiązania tego równania oraz znalezienie przykładu jego praktycznego zastosowania.

Źródło: strona internetowa: https://www.math.kth.se/na/SF2520/numtil14/proj.pdf

Zespół: ....
