

Metoda przewidywań dla równań różniczkowych zwyczajnych

Rozważamy liniowe równanie różniczkowe zwyczajne n -tego rzędu o stałych współczynnikach, tzn. równanie postaci

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = f(x), \quad (1)$$

gdzie $a_n \neq 0$. Przypuśćmy, że funkcja $f(x)$ jest postaci

$$e^{\alpha x} \left(P_{n_1}^1(x) \cos \beta x + P_{n_2}^2(x) \sin \beta x \right),$$

gdzie $P_{n_i}^i(x)$, $i = 1, 2$, są wielomianami stopnia n_i .

Wówczas istnieje rozwiązanie szczególne równania (1) postaci

$$y_s(x) = x^k e^{\alpha x} \left(Q_m^1(x) \cos \beta x + Q_m^2(x) \sin \beta x \right),$$

gdzie $Q_m^i(x)$, $i = 1, 2$, są wielomianami stopnia $m = \max\{n_1, n_2\}$, a k jest krotnością $\alpha + \beta i$ jako pierwiastka równania charakterystycznego równania (1). W szczególności, jeśli $\alpha + \beta i$ nie jest pierwiastkiem równania charakterystycznego, to $k = 0$.