1. Sygnały czasu ciągłego i dyskretnego

Zadanie 1.1. Zbadać, czy okresowe są sygnały (podać okres podstawowy i częstotliwość podstawową):

(**a**) $\sin(2\pi t) - 2\cos(2t)$,

(**b**) $\cos(\pi t/2) + \cos(\pi t/5)$,

(**c**) składowa parzysta $x_p(t)$ sygnału $\sin(3\pi t) \cdot \mathbb{1}(t)$.

Naszkicować te sygnały. Czy są one sygnałami energii, czy sygnałami mocy? Obliczyć ich energię lub moc.

Zadanie 1.2. Zbadać, które z podanych sygnałów dyskretnych są okresowe. Dla sygnałów okresowych podać okres podstawowy:

(**a**) $\cos(\pi n^2/6)$,

(**b**) $\sin(\pi n/3)$,

(**c**) $\cos(\pi n/3)\sin(\pi n/4)$.

Naszkicować każdy z tych sygnałów. Czy są to sygnały mocy, czy energii? Obliczyć ich energię lub moc.

Zadanie 1.3. Zbadać, czy sygnał zespolony

$$x(t) = \frac{\exp(j\pi/4)}{\sqrt{\pi}\,(a + jt)}, \qquad a \in \mathbb{R}_+$$

ma ograniczoną energię czy moc. Wyznaczyć tę energię lub moc.

Zadanie 1.4. Narysować wykresy następujących sygnałów:

(**a**) $x(t) = \mathbb{1}(t) - \mathbb{1}(t-2)$;

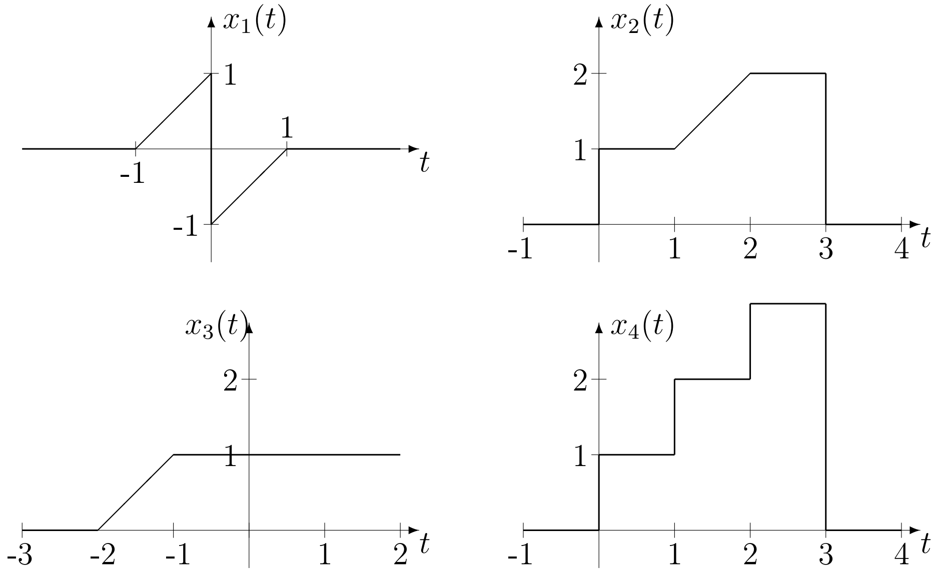
(**b**) $x(t) = \mathbb{1}(t) - \mathbb{1}(2-t)$;

(**c**) $x(t) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \Lambda\left(\frac{t-2na}{a}\right)$, $a > 0$.

Zadanie 1.5. Sygnał dyskretny ma postać: $x[n] = 1 - \sum\limits_{k=3}^{\infty} \delta[n-1-k]$. Sygnał ten można przedstawić w postaci: $x[n] = \mathbb{1}[Mn - n_0]$. Wyznaczyć wartości stałych M i n_0.

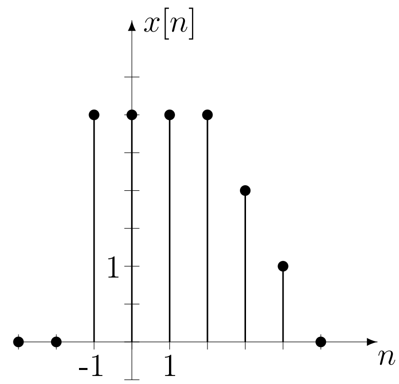
Zadanie 1.6. Narysować sygnał $x[n] = \sum\limits_{l=-\infty}^{n} \Pi_3[l]$, gdzie $\Pi_N[n]$ jest dyskretnym impulsem prostokątnym.

Zadanie 1.7. Sygnały $x_1(t), \ldots, x_4(t)$ z rysunku 1.1 przedstawić jako kombinacje liniowe sygnałów $\mathbb{1}(t)$ i $r(t)$. Zbadać, czy są to sygnały o ograniczonej energii, czy mocy. Wyznaczyć ich energię lub moc. Narysować sygnały $x_i(2t)$, $x_i(t/2)$, gdzie $i = 1, \ldots, 4$.



Rys. 1.1. Wykresy sygnałów z zadania 1.7.

Zadanie 1.8. Dany jest sygnał czasu dyskretnego $x[n]$ pokazany na rysunku 1.2. Wyznaczyć i naszkicować składową parzystą $x_p[n]$ i nieparzystą $x_n[n]$ tego sygnału. Obliczyć energię $x[n]$ oraz energię jego składowych $x_p[n]$ i $x_n[n]$.



Rys. 1.2. Wykres sygnału z zadania 1.8.

Zadanie 1.9. Wyznaczyć (metodą graficzną) i naszkicować splot sygnałów $y_1(t)$ i $y_2(t)$, jeżeli $y_1(t) = \mathbb{1}(t) - 2 \cdot \mathbb{1}(t-1) + \mathbb{1}(t-2)$, $y_2(t) = \mathbb{1}(t) - \mathbb{1}(t-1)$.

Zadanie 1.10. Obliczyć metodą analityczną splot następujących sygnałów:

(**a**) $x[n] = \mathbb{1}[n]$, $y[n] = 2^n \mathbb{1}[n]$,

(**b**) $x[n] = \mathbb{1}[n]$, $y[n] = (0,8)^n \mathbb{1}[n]$,

(**c**) $x[n] = (0,5)^n \mathbb{1}[n]$, $y[n] = (0,8)^n \mathbb{1}[n]$.

Zadanie 1.11. Dane są dwa sygnały:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leqslant t < T, \\ 0 & \text{dla pozostałych wartości } t, \end{cases} \qquad x_2(t) = \begin{cases} t & \text{dla } 0 \leqslant t < 2T, \\ 0 & \text{dla pozostałych wartości } t. \end{cases}$$

(**a**) Obliczyć splot sygnałów $y(t) = x_1(t) * x_2(t)$.

(**b**) Obliczyć $x_1'(t) * x_2(t)$.