

6. Przekształcenie Z w analizie systemów

Zadanie 6.1. Wyznaczyć odwrotną transformatę Z wykorzystując metodę dzielenia bezpośredniego lub rozkładu na ułamki proste poniższych funkcji zmiennej zespolonej z :

(a) $X(z) = \frac{1+2z^{-1}}{1+z^{-1}},$

(b) $X(z) = \frac{z^2+1}{z^2+5z-6},$

(c) $X(z) = \frac{1}{1+z^{-2}},$

(d) $X(z) = \frac{z^2}{(z-2)(z+3)},$

(e) $X(z) = \frac{z^3}{(z-1)(z-3)^2}.$

Zadanie 6.2. Rozwiązać następujące równania różnicowe:

(a) $y[n] + y[n-1] - 2y[n-2] = \mathbb{1}[n-1] + 2 \cdot \mathbb{1}[n-2], y[-2] = 0, 25, y[-1] = -0, 5,$

(b) $y[n] + y[n-1] = 2 \sin(\frac{n\pi}{4}) \cdot \mathbb{1}[n], y[-1] = 0,$

(c) $y[n] - 7y[n-1] + 10y[n-2] = 2^n \cdot \mathbb{1}[n], y[-2] = 1, y[-1] = -1.$

Zadanie 6.3. Odpowiedzią impulsową dyskretnego systemu LS jest

$$h[n] = \delta[n] - \frac{1}{2}\delta[n-1] + \delta[n-3].$$

Napisać równanie różnicowe wiążące sygnał wejściowy $x[n]$ z sygnałem wyjściowym $y[n]$. Wyznaczyć i narysować odpowiedź jednostkową $k[n]$ tego systemu. Wyznaczyć transmitancję $H(z)$ i narysować schemat blokowy zawierający minimalną liczbę bloków elementarnych.

Zadanie 6.4. Dyskretny przyczynowy sygnał wejściowy $x[n]$ powoduje odpowiedź systemu LS czasu dyskretnego postaci $y[n] = (-1)^n \cdot \sum_{i=0}^n x[i]$. Wyznaczyć i naszkicować odpowiedź impulsową $h[n]$ tego systemu. Obliczyć transmitancję $H(z)$ oraz wyznaczyć i naszkicować charakterystyki amplitudową i fazową tego systemu. Zaproponować schemat blokowy z minimalną liczbą bloków elementarnych realizujący transmitancję $H(z)$.

Zadanie 6.5. Odpowiedzią impulsową dyskretnego systemu SLS jest

$$h[n] = \frac{1}{2}(a^n + (-a)^n) \cdot \mathbb{1}[n], \quad 0 < a < 1.$$

Wyznaczyć transmitancję systemu $H(z)$. Przyjmując wartość $a = \frac{1}{2}$, wyznaczyć i narysować charakterystyki amplitudową i fazową tego systemu.

Zadanie 6.6. System SLS czasu dyskretnego jest opisywany następującym równaniem różnicowym: $y[n] - 2y[n - 2] = 2x[n - 1] - x[n - 2]$.

(a) Wyznaczyć i naszkicować odpowiedź impulsową i jednostkową tego systemu.

(b) Odpowiedź tego systemu na pobudzenie sygnałem $x[n]$ jest postaci $y[n] = \sin(\frac{n\pi}{2}) \cdot \mathbf{1}[n]$.

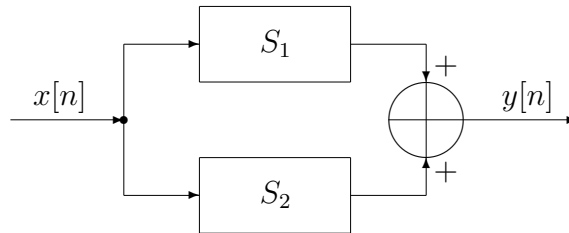
Wyznaczyć sygnał $x[n]$.

Zadanie 6.7. Dane jest równanie "wejście-wyjście" systemu LS czasu dyskretnego:

$$y[n] - \frac{1}{4}y[n - 1] = x[n] - \frac{1}{2}x[n - 1], \quad y[-1] = 1, \quad x[n] = \mathbf{1}[n].$$

Wyznaczyć i narysować odpowiedź wymuszoną i swobodną systemu.

Zadanie 6.8. Na rysunku 6.1 pokazano schemat blokowy systemu LS czasu dyskretnego będącego pewnym połączeniem bloków S_1 i S_2 o odpowiedziach impulsowych równych odpowiednio $h_1[n] = (\frac{1}{2})^n \cdot \mathbf{1}[n]$, $h_2[n] = \mathbf{1}[n]$.



Rys. 6.1. Schemat układu z zadania 6.8.

Wyznaczyć transmitancję $H(z)$ całego systemu i jej bieguny. Wyznaczyć odpowiedź impulsową $h[n]$ i odpowiedź jednostkową $k[n]$ tego systemu.

Zadanie 6.9. System SLS czasu dyskretnego jest połączeniem szeregowym dwóch bloków "1" i "2" o odpowiedziach impulsowych odpowiednio $h_1[n]$ i $h_2[n] = \mathbf{1}[n] - \mathbf{1}[n - 2]$. Odpowiedź impulsowa całego systemu jest równa

$$h[n] = \mathbf{1}[n] - 3 \cdot \mathbf{1}[n - 1] + 3 \cdot \mathbf{1}[n - 3] - \mathbf{1}[n - 4].$$

Wyznaczyć odpowiedź $h_1[n]$.

Zadanie 6.10. Równanie "wejście-wyjście" systemu LS czasu dyskretnego ma postać

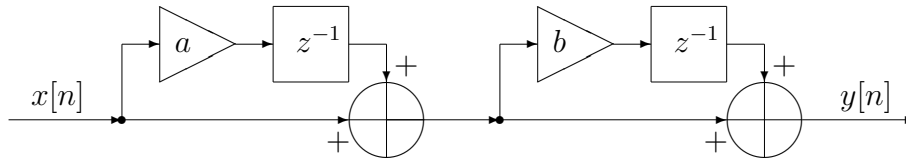
$$y[n] - y[n - 1] + y[n - 2] = 3x[n] - x[n - 1].$$

- (a) Narysować schemat blokowy tego systemu zawierający minimalną liczbę bloków elementarnych.
- (b) Wyznaczyć transmitancję $H(z)$ i zbadać położenie jej biegunów na płaszczyźnie zmiennej zespolonej.
- (c) Jaka będzie odpowiedź systemu na pobudzenie sygnałem $x[n] = (\frac{1}{2})^n \cdot \mathbf{1}[n]$?

Zadanie 6.11. Schemat blokowy systemu LS czasu dyskretnego pokazano na rys. 6.2. Napisać równanie różnicowe wiążące sygnały $x[n]$ i $y[n]$. Czy jest to system SOI czy NOI?

Przyjmując wartości parametrów $a = 0,5$ i $b = 2$:

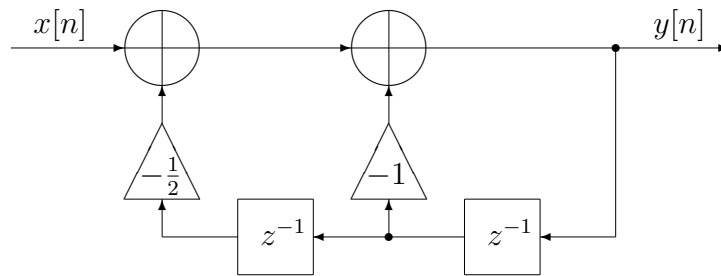
- (a) wyznaczyć odpowiedź impulsową $h[n]$ tego systemu;
- (b) wyznaczyć transmitancję $H(z)$ oraz naszkicować charakterystykę amplitudową;
- (c) wyznaczyć i narysować odpowiedź systemu na pobudzenie postaci $x[n] = n \cdot \mathbf{1}[n]$.



Rys. 6.2. Schemat układu z zadania 6.11.

Zadanie 6.12. Na rys. 6.3 przedstawiono schemat blokowy pewnego systemu LS czasu dyskretnego.

- (a) Napisać równanie "wejście-wyjście" tego systemu. Czy jest to system SOI czy NOI?
- (b) Wyznaczyć transmitancję $H(z)$ systemu i naszkicować na płaszczyźnie zmiennej zespolonej rozkład zer i biegunów transmitancji. Czy system ten jest stabilny?
- (c) Wyznaczyć odpowiedź impulsową $h[n]$ oraz odpowiedź jednostkową $k[n]$.
- (d) Naszkicować wykresy charakterystyki amplitudowej i fazowej tego systemu.



Rys. 6.3. Schemat układu z zadania 6.12.