

Imię i nazwisko: Nr indeksu:

1. Sformułować definicję funkcji Gamma Eulera. Podać (bez dowodu) na jakim zbiorze jest ona holomorficzna i jakie ma punkty osobliwe w \mathbb{C} . Sformułować i udowodnić Lemat o uogólnieniu silni.
2. Zdefiniować przestrzeń funkcji podstawowych $\mathcal{D}(\Omega)$ oraz dystrybucji $\mathcal{D}'(\Omega)$. Podać (z uzasadnieniem) przykłady: funkcji podstawowej oraz dystrybucji.
3. Sformułować i podać główne kroki dowodu twierdzenia mówiącego o transformacie Fouriera funkcji szybko malejących.

Imię i nazwisko: Nr indeksu:

1. Zdefiniować szereg trygonometryczny Fouriera dla funkcji $f \in \mathcal{L}^1([-\ell, \ell])$ oraz wyprowadzić wzór na jego współczynniki. Narysować wykres szeregu Fouriera funkcji $f(x) = x + |x|$ dla $x \in [-1, 1]$.
2. Zdefiniować dystrybucje regularne i osobliwe. Sformułować i udowodnić Lemat du Bois-Reymonda.
3. Zdefiniować przestrzeń funkcji szybko malejących \mathcal{S} podając dwa warunki równoważne definicji. Sformułować (bez dowodów) fakty mówiące o związku przestrzeni \mathcal{S} z przestrzeniami \mathcal{L}^p . Zdefiniować przestrzeń funkcjonałów \mathcal{S}' oraz dystrybucje temperowane. Podać przykłady.

Imię i nazwisko: Nr indeksu:

1. Sformułować i udowodnić kryterium Jordana zbieżności szeregu Fouriera w postaci wykładniczej.
2. Zdefiniować dystrybucje regularne i osobliwe. Udowodnić, że δ jest dystrybucją osobliwą.
3. Zdefiniować Z-transformatę ciągu a_n , $n \geq 0$. Obliczyć Z-transformatę dwóch dowolnie wybranych ciągów. Wyjaśnić w jaki sposób można uzyskać transformatę odwrotną.

Imię i nazwisko: Nr indeksu:

1. Sformułować definicję funkcji Gamma Eulera. Podać (bez dowodu) na jakim zbiorze jest ona holomorficzna i jakie ma punkty osobliwe w \mathbb{C} . Sformułować i udowodnić Lemat o uogólnieniu silni.
2. Zdefiniować transformatę Fouriera funkcji $f \in \mathcal{L}^1(\mathbb{R}^n)$ oraz podać wybrane trzy własności. Sformułować i udowodnić tożsamość Parsewala.
3. Zdefiniować pochodną dystrybucji oraz słabą pochodną funkcji lokalnie całkowalnej. Co to jest dystrybucja skończonego rzędu? Podać przykład dystrybucji osobliwej, która jest dystrybucją skończonego rzędu.