

TABLICE – TRANSFORMACJA LAPLACE’A

1. Własności – niech $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ i $F(s) = \mathcal{L}\{f\}(s)$ spełniają odpowiednie założenia

funkcja $g(t)$		transformata $G(s) = \mathcal{L}\{g\}(s)$ (dla s z odpowiednich zbiorów zbieżności)
$f(\alpha t),$	$\alpha \in \mathbb{R}_+$	$\frac{1}{\alpha} F\left(\frac{s}{\alpha}\right)$
$f(t - \beta),$	$\beta \in \mathbb{R}_+$	$e^{-\beta s} F(s)$
$f(t - \beta) \cdot \mathbb{1}(t),$	$\beta \in \mathbb{R}_-$	$e^{-\beta s} \left(F(s) - \int_0^{-\beta} f(t)e^{-st} dt \right)$
$e^{-\sigma t} f(t),$	$\sigma \in \mathbb{R}$	$F(s + \sigma)$
$\int_0^t f(\tau) d\tau$		$\frac{1}{s} F(s)$
$f'(t)$		$sF(s) - f(0^+)$
$f^{(n)}(t),$	$n \in \mathbb{N}$	$s^n F(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} f^{(k-1)}(0^+)$
$(-t)^n f(t)$	$n \in \mathbb{N}$	$F^{(n)}(s)$
$(f_1 * f_2)(t)$		$F_1(s) \cdot F_2(s)$

2. Pary transformat – jeśli nie zaznaczono inaczej, to $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

oryginał $f(t) = f(t) \cdot \mathbb{1}(t)$	transformata $F(s) = \mathcal{L}\{f\}(s)$	oryginał $f(t) = f(t) \cdot \mathbb{1}(t)$	transformata $F(s) = \mathcal{L}\{f\}(s)$
1	$\frac{1}{s} \quad \text{Re } s > 0$	$\ln t$	$-\frac{1}{s}(\ln s + \gamma) \quad \text{Re } s > 0$
$t^\alpha, \alpha > -1$	$\frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}} \quad \text{Re } s > 0$	$t \cos(\beta t)$	$\frac{s^2 - \beta^2}{(s^2 + \beta^2)^2} \quad \text{Re } s > 0$
$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{s - \alpha} \quad \text{Re } s > \alpha$	$t \sin(\beta t)$	$\frac{2\beta s}{(s^2 + \beta^2)^2} \quad \text{Re } s > 0$
$e^{\alpha t} \cos(\beta t)$	$\frac{s - \alpha}{(s - \alpha)^2 + \beta^2} \quad \text{Re } s > \alpha$	$\cosh(\beta t)$	$\frac{s}{s^2 - \beta^2} \quad \text{Re } s > \beta $
$e^{\alpha t} \sin(\beta t)$	$\frac{\beta}{(s - \alpha)^2 + \beta^2} \quad \text{Re } s > \alpha$	$\sinh(\beta t)$	$\frac{\beta}{s^2 - \beta^2} \quad \text{Re } s > \beta $

* gdzie $\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\ln n + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \right) = -\Gamma'(1)$ jest stałą Eulera-Mascheroniego.