TRANSFORMATY CAŁKOWE
i WSTĘP do TEORII DYSTRYBUCJI

MiNI PW, rok akad. 2019/2020

dr inż. Łukasz Błaszczyk

ZAGADNIENIA NA CZĘŚĆ TEORETYCZNĄ EGZAMINU

O ile nie zaznaczono inaczej – obowiązuje znajomość definicji, przykładów oraz najważniejszych faktów wraz z dowodami. Podczas egzaminu pytania mogą zostać nieco inaczej sformułowane.

1. Funkcja Gamma Eulera – definicja, zbieżność, holomorficzność (główne kroki dowodu), związek z silnią.
2. Trygonometryczny szereg Fouriera – definicja, wyprowadzenie wzoru na współczynniki, Kryterium Dirichleta (bez dowodu), przykłady.
3. Lemat Riemanna-Lebesgue'a w trzech odsłonach.
4. Postać wykładnicza szeregu Fouriera, jądro Dirichleta i Zasada lokalizacji Riemanna.
5. Całka Dirichleta i Kryterium Jordana.
6. Transformacja Fouriera funkcji – definicja, zbieżność, podstawowe własności.
7. Transformacja Laplace'a funkcji – definicja, zbieżność, własności, przykłady.
8. Holomorficzność transformaty Laplace'a – sformułowanie i główne kroki dowodu.
9. Splot funkcji – warunki zapewniające zbieżność, własności splotu funkcji z L^p, związki splotu z transformacją Fouriera oraz transformacją Laplace'a.
10. Funkcja *czapeczka* i regularyzacja (uśrednienie) funkcji z własnościami.
11. Przestrzeń funkcji podstawowych i dystrybucje.
12. Dystrybucje regularne i osobliwe z przykładami. Lemat de Bois-Reymonda.
13. Pochodna dystrybucji i słaba pochodna z przykładami. Własności różniczkowania dystrybucyjnego. Dystrybucje skończonego rzędu.
14. Przestrzeń funkcji szybko malejących (klasa Schwarza) i jej związek z przestrzeniami L^p.
15. Przestrzeń funkcjonałów $\mathcal{S}'$ i dystrybucje temperowane.
16. Transformacja Fouriera funkcji szybko malejących.
17. Transformacja Fouriera operatorów z $\mathcal{S}'$, w tym funkcji z L^2 i Twierdzenie Plancherela.
18. Szereg Fouriera-Bessela i jego zastosowania w rozwiązywaniu równań różniczkowych cząstkowych.
19. Z-transformacja – definicja, przykłady, transformacja odwrotna.