

5-6. Analiza von Neumanna

★ *przerabiane na zajęciach*: 19 listopada 2018

† *do oddania*: 3 grudnia 2018

(L) Zadanie 1. Dla wartości $x \in [-1, 7]$ oraz $t \in [0, 2,4]$ rozwiąż równanie transportu

$$u_t + u_x = 0 \tag{1}$$

z warunkiem początkowym

$$u(0, x) = \begin{cases} \cos^2 \pi x & \text{gd}y \ |x| \leq \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{w p.p.} \end{cases}$$

i okresowym warunkiem brzegowym. Użyj schematów:

(1) *leapfrog* (dla $n = 1$ użyj schematu *forward-time central-space*),

(2) *Lax-Wendroff*,

z parametrami $\lambda = 0,9$ i $h = \frac{1}{10}$. Zaobserwuj pojawiające się oscylacje. Czy w przypadku obu schematów zachowują się identycznie?

(L) Zadanie 2. Dla wartości $x \in [-1, 3]$ oraz $t \in [0, 4]$ rozwiąż równanie transportu (1) niestabilnym schematem *forward-time central-space* z parametrami $\lambda = 0,8$ i $h = \frac{1}{10}$. Zaobserwuj, że wzrost niestabilności w każdym kroku czasowym jest równy ok. $|g(\pi/2)|$ (tzn. modułowi wartości współczynnika wzmocnienia w punkcie $\pi/2$). Użyj następujących danych początkowych i brzegowych:

$$(1) \ u(0, x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{gd}y \ |x| \leq 1, \\ 0 & \text{w p.p.} \end{cases} \quad \text{oraz } u(t, -1) = 0;$$

$$(2) \ u(0, x) = \sin x \text{ oraz } u(t, 0) = -\sin(1 + t).$$

W obu przypadkach na prawym brzegu użyj warunku $u_M^{n+1} = u_{M-1}^{n+1}$. Zaobserwuj ponadto, że niestabilność jest widoczna szybciej w przypadku danych, które nie są gładkie.