

12-13. Skalarne prawa zachowania – podstawowe pojęcia

★ *przerabiane na zajęciach*: 14 stycznia 2019

† *do oddania*: 25 stycznia 2019

(L) Zadanie 1. Dla wartości $x \in [-1, 2]$ oraz $t \in [0, 1]$ rozwiąż równanie Burgersa

$$u_t + uu_x = 0$$

z warunkiem początkowym

$$u(0, x) = \begin{cases} u_L & \text{dla } x \leq 0, \\ u_R & \text{dla } x > 0, \end{cases}$$

gdzie $u_L = 1,2$, $u_R = 0,4$, i z odpowiednim warunkiem brzegowym. Zaimplementuj dwie metody:

- (1) "pod wiatr" dla postaci quasi-liniowej $u_t + u \cdot u_x = 0$ (*forward-time backward-space*),
- (2) "pod wiatr" dla równania w postaci zachowawczej $u_t + (\frac{1}{2}u^2)_x = 0$.

Parametry siatki dobierz eksperymentalnie. Porównaj rozwiązania uzyskane przez te metody ze słabym rozwiązaniem prawa zachowania. Jaka jest prędkość fali uderzeniowej?

(L) Zadanie 2. Zaimplementuj wybraną metodę rozwiązania równania Burgersa zapisanego w formie poniższego prawa zachowania:

$$(u^2)_t + \left(\frac{2}{3}u^3\right)_x = 0$$

z warunkiem początkowym takim jak w zadaniu 1. Parametry siatki dobierz eksperymentalnie. Porównaj rozwiązania uzyskane przez te metody ze słabym rozwiązaniem. Jaka jest prędkość fali uderzeniowej w tym przypadku?