## 14-15. Własności metod zachowawczych – stabilność i zbieżność

⋆ *przerabiane na zajęciach*: 21 stycznia 2019

† *do oddania*: 23 stycznia 2019

**(L) Zadanie 1.** Rozważ schemat różnicowy "pod wiatr" (*upwind*) z następującą funkcją przepływu numerycznego:

$$F(v, w) = \begin{cases} f(v) & \text{gdy } \frac{f(v)-f(w)}{v-w} \geqslant 0, \\ f(w) & \text{gdy } \frac{f(v)-f(w)}{v-w} < 0. \end{cases}$$

Weź ciąg siatek takich, że $\frac{k}{h} = \frac{1}{4}$ i zastosuj opisaną metodę do numerycznego rozwiązania równania Burgersa z danymi początkowymi

$$u_0(x) = \begin{cases} -1 & \text{dla } x < 1, \\ +1 & \text{dla } x > 1. \end{cases}$$

dyskretyzowanymi za pomocą średnich w komórkach. Rozwiązania szukaj dla $x \in (-1, 3)$ i $t \in (0, 1)$ przyjmując odpowiednie (stałe) warunki brzegowe. Zbadaj zachowanie się metody dla zmniejszających się kroków siatki, tzn. zaobserwuj, że

**(1)** ciąg rozwiązań $u_\ell(t, x)$ dla $k_\ell = \frac{1}{2\ell}$ zbiega do zupełnie innego rozwiązania niż dla ciągu siatek o parametrze $k_\ell = \frac{1}{2\ell+1}$ (gdy $\ell \to \infty$),

**(2)** ciąg rozwiązań $u_\ell(t, x)$ dla $k_\ell = \frac{1}{\ell}$ jest rozbieżny (gdy $\ell \to \infty$).

Jakie wnioski, korzystając z wyników tego eksperymentu, możemy wyciągnąć z Twierdzenia Laxa-Wendroffa?