

1. Funkcje i ich własności. Funkcje cyklometryczne.

1. Określić dziedzinę funkcji:

a) $f(x) = \log_{\sin 2x} \cos x$

b) $f(x) = \sqrt{|x+3| - |4-2x| + x}$

2. Znaleźć dziedzinę i zbiór wartości funkcji:

a) $f(x) = \sin x + \cos x$

b) $f(x) = \sqrt{1-4x^2}$

3. Zbadać parzystość i nieparzystość funkcji:

a) $f(x) = \sin x \cdot 3^{-\cos 2x}$

b) $f(x) = \log_2 \sqrt{\sin^2 x}$

c) $f(x) = \frac{3x^5}{x^3-8}$

4. Określić funkcje złożone $f \circ f$, $f \circ g$, $g \circ f$, $g \circ g$, jeżeli

a) $f(x) = 3 + \cos x$, $g(x) = \sqrt{x}$

b) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2^x$.

5. Podać maksymalny przedział zawierający liczbę 0, na którym funkcja $f(x) = x^2 + 6x + 2$ jest różnowartościowa. Wyznaczyć funkcję odwrotną do f na tym przedziale.

6. Wyznaczyć przedziały, w których funkcja

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 & \text{dla } x < 0 \\ 3 + 2x & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}$$

posiada funkcję odwrotną oraz wyznaczyć jej wzór.

7. Narysować wykresy funkcji odwrotnych do

a) $\sin x$ na przedziale $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ b) $\cos x$ na przedziale $[0, \pi]$

c) $\operatorname{tg} x$ na przedziale $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ d) $\operatorname{ctg} x$ na przedziale $(0, \pi)$.

8. Wyznaczyć

a) $\arccos(-1/2)$ b) $\arcsin(\sqrt{3}/2)$ c) $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})$ d) $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(7\pi/8))$

e) $\operatorname{arcctg}(\operatorname{tg}(7\pi/8))$ f) $\cos(2 \arcsin(2/3))$ g) $\arccos(\sin(15\pi/7))$ h) $\sin(\frac{1}{2} \arccos(3/7))$

i) $\sin(2 \operatorname{arctg} \frac{3}{4})$.