

Pochodne funkcji jednej zmiennej

1. Znaleźć różniczki dla przyrostu dx :

$$\text{a) } d\left(\ln(x^2 + \sqrt{x^4 + 2})\right) \qquad \text{b) } d\left(\frac{\ln x}{3x}\right)$$

2. Niech $f(x) = 2x^3 - 3x - 4$. Znaleźć $\Delta f(1)$ i $df(1)$ dla przyrostu $\Delta x = 0,1$ i $\Delta x = 0,01$.

3. Znaleźć przybliżoną wartość wyrażień:

$$\text{a) } \sqrt[3]{7,99} \qquad \text{b) } \ln 1,05 \qquad \text{c) } e^{-0,07} \qquad \text{d) } \operatorname{arctg} 1,02.$$

4. Korzystając z twierdzenia de l'Hospitala obliczyć podane granice:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x^3} \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right) \qquad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) \right]$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\ln \cos 5x} \qquad \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{\ln 2x} \qquad \text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - 1}{\ln x}$$

$$\text{g) } \lim_{x \rightarrow \pi^-} (\pi - x) \operatorname{tg} \frac{x}{2} \qquad \text{h) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}} \qquad \text{i) } \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{1/\ln(e^x - 1)}$$

$$\text{j) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x} \qquad \text{k) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\frac{1}{x}} \qquad \text{l) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (1+5x)^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$$

5. Obliczyć podaną granicę. Czy można tu zastosować twierdzenie de l'Hospitala?

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}.$$