

Badanie przebiegu zmienności funkcji

1. Ile pierwiastków ma równanie $x^3 - 6x^2 + 9x - 10 = 0$?

2. Określić przedziały monotoniczności i wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$\text{a) } f(x) = (x + 1)e^{2x} \quad \text{b) } f(x) = x^{2x} \quad \text{c) } f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - x^3}.$$

3. Określić przedziały wklęsłości, wypukłości i znaleźć punkty przegięcia funkcji

$$\text{a) } f(x) = x^2 \ln x \quad \text{b) } f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x}.$$

4. Dla jakich x funkcja

$$f(x) = \frac{x}{\ln^2 x}$$

jest malejąca i wypukła?

5. Z badać przebieg zmienności funkcji

$$\text{a) } f(x) = \ln^3 x - 3 \ln x \quad \text{b) } f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2} \quad \text{c) } f(x) = e^{\frac{x}{x-1}}.$$

6. Znaleźć wartości najmniejsze i największe funkcji na wskazanych przedziałach:

$$\text{a) } f(x) = x^2 \ln x, \left[\frac{1}{2}, e\right] \quad \text{b) } f(x) = (x - 1)e^{|x|}, [-1, 4] \quad \text{c) } f(x) = \arctg x - \frac{x}{2}, [0, 2].$$

7. Z badać czy istnieje $f''(0)$ dla

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \sin \frac{1}{x} & \text{dla } x \neq 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0. \end{cases}$$