

Całka nieoznaczona

1. Obliczyć:

$$\text{a) } \int \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{x^2} dx \quad \text{b) } \int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx.$$

2. Stosując wzory na całkowanie przez podstawienie lub na całkowanie przez części obliczyć:

$$\text{a) } \int \frac{\ln^5 x}{x} dx \quad \text{b) } \int \frac{x^3 dx}{x^8 + 1} \quad \text{c) } \int x^3 \ln x dx \quad \text{d) } \int x \operatorname{arctg} x dx$$

$$\text{e) } \int \arcsin x dx \quad \text{f) } \int x \ln(1 + x^2) dx \quad \text{g) } \int e^x \sin 2x dx \quad \text{h) } \int \sin(\ln x) dx$$

$$\text{i) } \int \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln(\sin x)} dx \quad \text{j) } \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}.$$

3. Obliczyć $\int \sin |x| dx$.

4. Obliczyć następujące całki z funkcji wymiernych:

$$\text{a) } \int \frac{dx}{1 - x^2} \quad \text{b) } \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} dx \quad \text{c) } \int \frac{x dx}{x^3 - 3x + 2} \quad \text{d) } \int \frac{dx}{x^3 + 1} \quad \text{e) } \int \frac{dx}{(x^2 + 4)^2}.$$

5. Obliczyć całki z wyrażeń trygonometrycznych:

$$\text{a) } \int \cos^2 x dx \quad \text{b) } \int \cos^7 x dx \quad \text{c) } \int \sin 4x \cos 3x dx \quad \text{d) } \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$$

$$\text{e) } \int \frac{dx}{1 + \sin^2 x} \quad \text{f) } \int \frac{dx}{\sqrt{\sin^3 x \cos^5 x}} \quad \text{g) } \int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}.$$

6. Obliczyć całki zawierające pierwiastki:

$$\text{a) } \int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx \quad \text{b) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1} + \sqrt{x+1}} \quad \text{c) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}$$

$$\text{d) } \int \frac{(4x+5)dx}{\sqrt{1-x^2-2x}} \quad \text{e) } \int \frac{x dx}{\sqrt{1-2x^2-x^4}} \quad \text{f) } \int \sqrt{3-2x-x^2} dx$$

$$\text{g) } \int (3x-2)\sqrt{x^2-2x} dx \quad \text{h) } \int \sqrt{x^2+3} dx.$$

7. Wyprowadzić wzór rekurencyjny dla całki:

$$\int \ln^n x dx$$