

Całki powierzchniowe zorientowane

1. Obliczyć całkę

$$\iint_S (x^2 \cos \alpha + y^2 \cos \beta + z^2 \cos \gamma) dS,$$

jeżeli S jest tą częścią paraboloidy $z = 4 - x^2 - y^2$, która leży w pierwszym oktancie układu współrzędnych, zorientowaną, tak żeby $\cos \gamma > 0$.

2. Obliczyć

$$\iint_S \vec{F} \circ d\vec{S},$$

gdzie $\vec{F}(x, y, z) = [z, y, 2x]$, a S jest powierzchnią paraboloidy $y = x^2 + z^2$ odciętej płaszczyznami $y = 1$ i $z = 0$ dla $z \geq 0$, zorientowaną zgodnie z wektorem $[\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma]$, gdzie $\cos \beta > 0$.

3. Obliczyć całkę

$$\iint_S z dydz + x dzdx + y dx dy,$$

gdzie S jest częścią płaszczyzny $x - z = 0$ wyciętą przez walec $x^2 + y^2 - 2x = 0$ i zorientowaną przez wektor normalny o ujemnej trzeciej współrzędnej.

4. Obliczyć całkę

$$\iint_S x dydz + z dx dy,$$

gdzie S jest częścią powierzchni $z = 1 - x^2 - y^2$ dla $0 \leq z \leq 1 - y$, zorientowanej przez wektor normalny o dodatniej trzeciej współrzędnej.