

ANL1

 Z_5

1. Wyznacz równania tych stycznych do krzywej $y = \frac{x^2+1}{x-1}$, $x \neq 1$, które są równoległe do prostej $x + y = 5$.
2. Wykaż, że:
 - (a) $2\arctg x + \arcsin\left(\frac{2x}{x^2+1}\right) = \pi$ dla $x \geq 1$,
 - (b) $2x\arctg x \geq \ln(x^2 + 1)$ dla $x \in \mathbb{R}$,
 - (c) $\frac{x}{x+1} \leq \ln(x+1) \leq x$ dla $x \geq 0$,
 - (d) $\ln x < 2\sqrt{x}$ dla $x > 0$,
 - (e) $2x < \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ dla $x \in (0; 1)$.
3. Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji $f(x)$, jeśli:
 - (a) $f(x) = x \cdot e^{-\frac{2}{x}}$,
 - (b) $f(x) = \frac{x}{(1+\ln x)^2}$,
 - (c) $f(x) = \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$,
 - (d) $f(x) = \frac{e^{x^2+1}}{x^2-1}$,
 - (e) $f(x) = 2\arctg x - x$.
4. Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \arctg\left(\frac{2+x}{2-x}\right) - \arctg\left(\frac{x}{2}\right)$.
5. Korzystając ze wzoru Maclaurina podaj przybliżenie funkcji
 - (a) $f(x) = \sqrt{1+x}$ wielomianem stopnia 4.
 - (b) $f(x) = \cos x$ wielomianem stopnia 6.
6. Korzystając ze wzoru Maclaurina wykaż, że nierówność $e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2}$ zachodzi dla $x \geq 0$.