JAK ROZRÓŻNIĆ SĄSIADÓW LOSUJĄC KOLORY KRAWĘDZI Z ZADANYCH LIST?

Jakub Przybyło
AGH Kraków
(*praca wspólna z*: Jakub Kwaśny)

Niech $G = (V, E)$ będzie grafem. Rozważmy kolorowanie krawędziowe $c : E \to C$. Dla danego wierzchołka $v \in V$, przez $E(v)$ rozumiemy zbiór krawędzi incydentnych z v w grafie G, podczas gdy zbiór przypisanych im kolorów w kolorowaniu c oznaczamy przez:

$$S_c(v) = \{c(e) : e \in E(v)\}. \tag{1}$$

Kolorowanie c zwiemy *rozróżniającym sąsiadów*, jeżeli jest właściwe oraz $S_c(u) \neq S_c(v)$ dla każdej krawędzi $uv \in E$. Takie kolorowanie istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy G nie ma izolowanych krawędzi. Najmniejsza liczba kolorów w C, niezbędna do skonstruowania takiego kolorowania jest wówczas oznaczana przez $\chi'_a(G)$ i nazywana *rozróżniającą sąsiadów krawędziową liczbą chromatyczną* grafu G. Wprost z definicji, $\chi'_a(G) \geqslant \chi'(G) \geqslant \Delta$, gdzie Δ jest stopniem maksymalnym grafu G, podczas gdy znana jest hipoteza, iż $\chi'_a(G) \leqslant \Delta + 2$ dla dowolnego grafu spójnego G rzędu przynajmniej trzy, który nie jest cyklem C_5. Hatami udowodnił owo postulowane ograniczenie górne z dokładnością do stałej addytywnej, wykazując, że $\chi'_a(G) \leqslant \Delta + 300$ dla każdego grafu G bez izolowanych krawędzi o stopniu maksymalnym $\Delta > 10^{20}$.

Przypuśćmy teraz, że każda krawędź $e \in E$ ma przypisaną listę dostępnych kolorów L_e. *Rozróżniająca sąsiadów krawędziowa liczba wybieralna* grafu G (bez izolowanych krawędzi) definiowana jest jako najmniejsze k takie, że z dowolnego zbioru list rozmiaru k przypisanych krawędziom grafu G jesteśmy w stanie wybrać kolory odpowiednich krawędzi tak, by otrzymać rozróżniające sąsiadów kolorowanie grafu G. Oznaczamy je przez $\mathrm{ch}'_a(G)$. Analogicznie jak powyżej, $\mathrm{ch}'_a(G) \geqslant \mathrm{ch}'(G)$, podczas gdy najlepsze znane górne ograniczenie na klasyczną krawędziową liczbę wybieralną implikuje, iż $\mathrm{ch}'(G) = (1 + o(1))\Delta$. Podczas referatu zaprezentuję wielostopniową konstrukcję losową uogólniającą powyższy rezultat, zapewniającą ograniczenie $\mathrm{ch}'_a(G) = (1 + o(1))\Delta$ dla wszystkich grafów bez izolowanych krawędzi.