

Krzywe w \mathbb{R}^3 . Trójścian Freneta

7.1 Znaleźć równanie płaszczyzny ściśle stycznej krzywej $\vec{r} = [a \cos t, b \sin t, e^t]$.

7.2 Znaleźć równanie płaszczyzny ściśle stycznej krzywej $\vec{r} = [t, t^2, t^3]$ przechodzącej przez punkt $M(2, -\frac{1}{3}, -6)$.

7.3 W jakich punktach krzywej $\vec{r} = [\frac{a}{2}(1 + \cos u), \frac{a}{2} \sin u, a \sin(\frac{u}{2})]$ płaszczyzna ściśle styczna jest równoległa do osi OY?

7.4 Znaleźć równania normalnej głównej i binormalnej krzywej $x = y^2, x^2 = z$ w punkcie $P(1, 1, 1)$

7.5 Znaleźć punkty krzywej

$$\begin{cases} x = \frac{2}{t} \\ y = \ln t \\ x = -t^2 \end{cases}$$

w których binormalna jest równoległa do płaszczyzny $x - y + 8z + 2 = 0$

7.6 Wykazać, że wektory $\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}$ trójścianu Freneta krzywej $\vec{r} = [t, t^2, t^3]$ są równe wektorom jednostkowym osi współrzędnych.

Odpowiedzi:

7.1 $bx - ay + abz - 2ab = 0$

7.2 $3x + 3y + z + 1 = 0, \quad 3x - 3y + z - 1 = 0, \quad 108x - 18y + z - 216 = 0$

7.3 $u_1 = \pi, \quad u_2 = 3\pi$

7.4 normalna główna: $x = 1 + 11t, y = 1 + 26t, z = 1 - 22t$, binormalna: $x = 1 + 6t, y = 1 - 8t, z = 1 - t$

7.5 $(1, \ln 2, -4)$