

Przestrzenie wektorowe. Norma.

1.1 Narysować zbiór wszystkich punktów należących do przestrzeni \mathbb{R}^2 spełniających warunek $\|v\| = 1$ gdy:

- a) $\|v\| = |x| + |y|$
- b) $\|v\| = \max(|x|, |y|)$

1.2 Sprawdzić, że funkcja określona w przestrzeni \mathbb{R}^n : $\|v\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$ jest normą.

1.3 Obliczyć normę funkcji $f(x) = 3 - 2x$ w przestrzeni

- a) $L^1(0, 4)$
- b) $L^2(0, 2)$
- c) $C(0, 4)$

1.4 Obliczyć normę funkcji $f(x) = xe^{2x}$ w przestrzeni

- a) $L^1(0, 2)$
- b) $C(0, 2)$
- c) $C^1(0, 2)$

1.5 Obliczyć normę funkcji $f(x) = x \sin x$ w przestrzeni

- a) $L^1(0, \frac{\pi}{2})$
- b) $L^2(0, \frac{\pi}{4})$

Odpowiedzi:

1.3: a) $\frac{17}{2}$, b) $\sqrt{\frac{14}{3}}$, c) 5

1.4: a) $\frac{3}{4}e^4 + \frac{1}{4}$, b) $2e^4$, c) $7e^4$

1.5: a) 1, b) $\sqrt{\frac{\pi^3}{384} - \frac{\pi^2}{64} + \frac{1}{4}}$