

Styczna i normalna

- 4.1** Znaleźć styczną i normalną do krzywej $(x^2 + y^2)x - ay^2 = 0$, $a \neq 0$, w punkcie $P\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$.
- 4.2** W równaniu paraboli $y = x^2 + bx + c$ wyznaczyć b i c tak, aby prosta $y = 3x - 5$ była styczna do tej paraboli w punkcie $x = 2$
- 4.3** Znaleźć równanie stycznej do krzywej $x = t^2 - 1$, $y = t^3 + 1$ i równoległej do prostej $2x - y + 3 = 0$
- 4.4** Wykazać, że kąt, jaki styczna do krzywej $y = x^5 + 2x^3 + x + 1$ tworzy z osią OX należy to przedziału $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$
- 4.5** Przez punkt $\left(0, \frac{1}{4a}\right)$ przeprowadzono prostą l prostopadłą do osi paraboli $y = ax^2$. Wykazać, że styczne do paraboli przeprowadzone w punktach przecięcia prostej l z parabolą są wzajemnie prostopadłe.
- 4.6** Wykazać, że wszystkie normalne do krzywej o równaniach $x = a(\cos t + t \sin t)$, $y = a(\sin t - t \cos t)$ są jednakowo odległe od początku układu.

Odpowiedzi:

4.1: styczna: $4x - 2y - a = 0$, normalna: $2x + 4y - 3a = 0$

4.2: $b = -1$, $c = -1$

4.3: $y = 2x + \frac{49}{27}$