

## Krzywa styczna, krzywizna.

**5.1** Znaleźć rząd  $n$  styczności krzywych płaskich w początku układu:

- $y_1 = x^3, \quad y_2 = x \sin x$
- $y_1 = \sin x, \quad y_2 = x^4 - \frac{1}{6}x^3 + x$

**5.2** Znaleźć punkt  $P$  oraz parametry  $a$  i  $b$  tak, żeby krzywa  $y = ax + b$  miała z krzywą  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  w punkcie  $P$  styczność rzędu drugiego.

**5.3** Znaleźć krzywą ściśle styczną do  $y = \sin x$  w punkcie  $P(0, 0)$  wyznaczoną z rodziny krzywych  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Jaki jest rząd styczności?

**5.4** Wyznaczyć  $a$ ,  $b$  i  $c$  tak aby parabola  $y = ax^2 + bx + c$  miała z krzywą  $y = x^3$  w punkcie  $P(1, 1)$  styczność możliwie najwyższego rzędu.

**5.5** Znaleźć równanie okręgu ściśle stycznego do krzywej  $y = x^4 + x^2 - \frac{1}{2}$  w punkcie  $P(0, -\frac{1}{2})$ . Wyznaczyć rząd styczności.

**5.6** Znaleźć najmniejszą wartość krzywizny krzywej  $y = \ln x$

---

Odpowiedzi:

5.1: a)  $n = 1$ , b)  $n = 3$

5.2:  $P(1, 0)$ ,  $a = -3$ ,  $b = 3$

5.3:  $y = -\frac{1}{6}x^3 + x$ ,  $n = 4$

5.4:  $a = 3$ ,  $b = -3$ ,  $c = 1$

5.5:  $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ , styczność rzędu 5

5.6:  $k = \frac{2}{3\sqrt{3}}$