

ELiTM 1 Logika

1.1 Obliczyć wartość logiczną:

- a) $[(0 \wedge 1) \vee (1 \vee 0)] \Leftrightarrow (0 \Rightarrow 1)$
- b) $[(1 \Rightarrow 0) \wedge (0 \Rightarrow 1)] \Rightarrow (1 \Leftrightarrow 0)$
- c) $(0 \Rightarrow 1) \Rightarrow [(1 \Rightarrow 0) \wedge \sim (1 \Rightarrow 0)]$

1.2 Rozwiązać równania dla $x, y, z \in \{0, 1\}$:

- a) $[(x \vee y) \Rightarrow (x \wedge y)] \wedge x = 1$
- b) $[(x \vee y) \Rightarrow x] \Leftrightarrow y = 0$
- c) $[(x \vee y) \Rightarrow x] \Leftrightarrow x = 1$
- d) $[(x \vee z) \Rightarrow y] \Leftrightarrow [y \wedge (x \vee z)] = 0$
- e) $(\sim (u \Rightarrow (x \vee \sim y))) \wedge (z \Leftrightarrow (\sim x)) \wedge ((\sim u) \Leftrightarrow v) = 1,$
- f) $(x \Rightarrow y) \vee (y \Rightarrow z) \vee (z \Rightarrow t) \vee (t \Rightarrow x) = 0.$

1.3 Sprawdzić czy podane formuły są tautologiami. Zapisać podane formuły w postaci disjunktyno-koniunktywnej czyli w postaci: $\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \dots \vee \alpha_k$ gdzie $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ są koniunkcjami zmiennych oraz zaprzeczeń zmiennych.

- a) $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q) \wedge (p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$
- b) $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)]$
- c) $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \Rightarrow [(p \Rightarrow r) \Rightarrow (q \Rightarrow r)]$
- d) $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \Rightarrow q)] \Rightarrow [(p \Rightarrow r) \Rightarrow q]$
- e) $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [\sim (p \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow q)]$
- f) $[(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p] \Rightarrow [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$
- g) $\sim [(p \vee q \vee r) \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)]$
- h) $(p \wedge q \wedge \sim r) \Leftrightarrow [(\sim p \Rightarrow \sim q) \vee r]$

1.4 Niech $\Phi_n(p) := (\dots((p \Rightarrow p) \Rightarrow p) \Rightarrow p) \dots \Rightarrow p$, gdzie n jest liczbą wystąpień zdania p . Dla jakich n wyrażenie to jest tautologią?

1.5 Pokazać, że jeśli formuła $\alpha \Rightarrow \sim \beta$ jest tautologią, to dla każdej γ , formuła $(\alpha \wedge \beta) \Rightarrow \gamma$ też jest tautologią.

1.6 Pokazać, że jeśli formuły $\alpha \Leftrightarrow \gamma$ i $\beta \Leftrightarrow \delta$ są tautologiami, to jest również tautologią wyrażenie $(\alpha \wedge \beta) \Leftrightarrow (\gamma \wedge \delta)$.

1.7 Pokazać, że jeśli prawdziwe są: wynikania $p_1 \Rightarrow q_1, \dots, p_n \Rightarrow q_n$ oraz zdania $(p_1 \vee \dots \vee p_n)$ i $\sim (q_i \wedge q_j)$ dla $i \neq j$, to prawdziwe są też wynikania $q_1 \Rightarrow p_1, \dots, q_n \Rightarrow p_n$.

1.8 Zdefiniować negację, alternatywę, koniunkcję, implikację oraz równoważność przy pomocy:

- a) Funktora Sheffera $|$, gdzie $p | q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
- b) Funktora Peircea \downarrow , gdzie $p \downarrow q \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

Wykazać, że to jedyne dwa funktory dwuargumentowe, przy pomocy, których można zdefiniować podane funkcje logiczne.

1.9 Czy dane zdania są prawdziwe?

- a) Jeśli Krysia studiuje na PW i Krysia lubi ELiTM to Krysia z ELiTMu ma piątkę lub Krysia studiuje na PW.
- b) Jeśli Krysia studiuje na PW i Krysia lubi ELiTM to Krysia z ELiTMu ma piątkę i Krysia lubi ELiTM.
- c) Jeśli Krysia studiuje na PW i Krysia lubi ELiTM to Krysia lubi PW lub też jeśli Krysia lubi PW i ELiTM to studiuje na PW.
- d) Z faktu, że pan A idzie w kapeluszu jeśli pan B idzie do teatru wynika, że jeden z nich idzie do teatru.
- e) Jeżeli figura A jest czworokątem i A ma wszystkie kąty równe, to z faktu, że A jest czworokątem wynika, że A ma boki równe.
- f) Jeżeli liczba a dzieli się przez 3 i dzieli się przez 5, to z faktu, że a nie dzieli się przez 3, wynika, że a nie dzieli się przez 5.