

Zaawansowane Metody Optymalizacji Globalnej: Optymalizacja Wielokryterialna

Michał Okulewicz

Wydział Matematyki i Nauk Informatycznych
Politechnika Warszawska

1 Zadanie Optymalizacji Wielokryterialnej

Definicja

Front Pareto

Pomiary jakości algorytmu

2 Algorytmy

Ważona funkcja celu

Podejścia ewolucyjne

NSGA-II

SPEA2

MOEA/D

Czy rzeczywiście ewolucyjne?

3 Studium przypadku

4 Literatura

Definition (Problem optymalizacji wielokryterialnej)

Problem optymalizacji wielokryterialnej $\mathcal{P} = (\Omega, f, \succ)$ jest zdefiniowany przez przestrzeń rozwiązań Ω , funkcję jakości $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^m$ oraz relację dominacji \succ .

Definition (Relacja dominacji)

Rozwiązanie $x_k \in \Omega$ **dominuje** rozwiązanie $x_l \in \Omega$ jeżeli:

$$x_k \succ x_l \Leftrightarrow \left\{ \forall_{i \in \{1, 2, \dots, m\}} f_i(x_k) \geq f_i(x_l) \wedge \exists_{i \in \{1, 2, \dots, m\}} f_i(x_k) > f_i(x_l) \right\}$$

Definition (Zbiór Pareto Optymalny)

Rozwiązaniem problemu optymalizacji wielokryterialnej jest znalezienie zbioru elementów (elementu) $\mathcal{PS} \subseteq \Omega$ spełniającego następujące warunki:

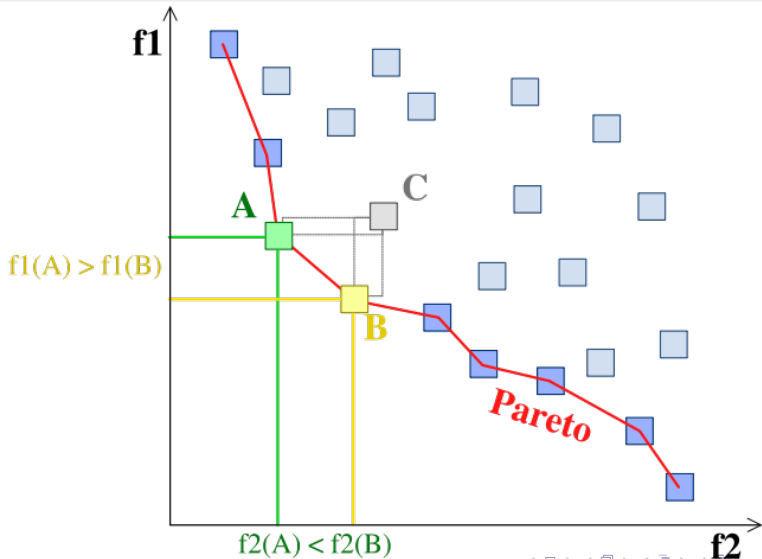
$$\mathcal{PS} = \{x \in \Omega : \exists x' \in \Omega x \succcurlyeq x' \wedge \nexists x'' \in \mathcal{PS} x'' \succcurlyeq x\}$$

Zbiór \mathcal{PS} nazywamy Pareto Optymalnym.

Definition (Front Pareto)

Frontem Pareto nazywamy podzbiór przestrzeni wartości osiąganých dla Zbioru Pareto Optymalnego

$$\mathcal{PF} = \{y \in \mathbb{R}^m : y = f(x) \wedge x \in \mathcal{PS}\}$$



Jakość danego algorytmu możemy zmierzyć podając:

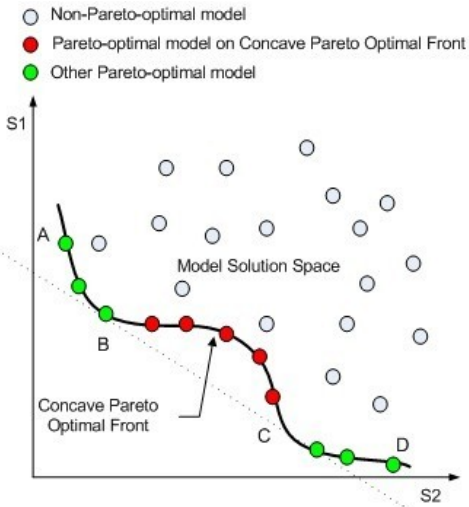
- $|\hat{\mathcal{P}\mathcal{F}}|$ - liczbę rozwiązań w estymacji Frontu Pareto
- $C(\mathcal{P}\mathcal{S}_A, \mathcal{P}\mathcal{S}_B)$ - procent rozwiązań w referencyjnym $\mathcal{P}\mathcal{S}_B$ zdominowanych przez co najmniej jedno rozwiązanie z $\mathcal{P}\mathcal{S}_A$
- $D(\mathcal{P}\mathcal{F}_A, \mathcal{P}\mathcal{F}^*)$ - średnią odległością frontu $\mathcal{P}\mathcal{F}_A$ od referencyjnej aproksymacji Frontu Pareto $\mathcal{P}\mathcal{F}^*$.

$$D(\mathcal{P}\mathcal{F}_A, \mathcal{P}\mathcal{F}^*) = \frac{\sum_{y \in \mathcal{P}\mathcal{F}^*} \min_{y' \in \mathcal{P}\mathcal{F}_A} \rho(y, y')}{|\mathcal{P}\mathcal{F}^*|}$$

Najprostszym podejściem jest transformacja problemu do podstawowego zadania optymalizacji:

$$f'(x) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(x)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1$$



Źródło: Improving predicted protein loop structure ranking using a Pareto-optimality consensus method (2010)

Podejścia ewolucyjne do rozwiązywania zadań optymalizacji wielokryterialnej dają dobre rezultaty ponieważ:

- Są algorytmami populacyjnymi, więc łatwo rozszerzyć je do poszukiwania zbiorów
- Problem odpowiedniej eksploracji jest rozpatrywany w ramach bazowych mechanizmów tych algorytmów

Nondominated Sorting Genetic Algorithm II

- Tworzenie kolejnych Frontów Pareto
- Im wyższy Front Pareto tym lepsza ranga rozwiązania
- Wykorzystanie mechanizmu *sharing* w ocenie rozwiązań zapewniającego różnorodność
- *sharing* stosowany w przestrzeni Ω

Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2

- Ocenianie rozwiązań wg liczby zdominowanych i dominujących rozwiązań
- Utrzymywanie osobnego archiwum
- Zarządzanie archiwum, aby nie było zbyt duże (*sharing* w przestrzeni wartości)
- (Wersja 2.) Początkowo w archiwum również rozwiązania niezdominowane

Multiobjective Evolutionary Algorithm based on Decomposition

- Jednoczesne rozwiązywanie niezależnych zadań optymalizacji różniących się wagami celów
- Rozpatrywane: standardowe ważenie, ważenie metodą Czebyszewa, metoda przecięcia z ograniczeniem

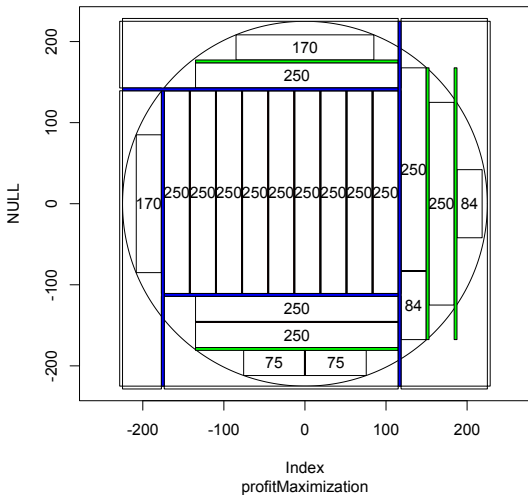
W literaturze mówi się o ewolucyjnej optymalizacji wielokryterialnej (MOEA). Tak naprawdę jednak algorytmy sprowadzają się do:

- Modyfikacji sposobu oceniania rozwiązań, które uwzględniają dominację i/lub wielokryterialność
- Zarządzania populacją algorytmu i/lub archiwum, aby zapewnić dobrą (równomierną) estymację Frontu Pareto

Schemat postępowania w przypadku zadania optymalizacji wielokryterialnej:

- Przeliczyć wszystkie cele optymalizacji w zadaniach optymalizacji jednokryterialnej
- Zweryfikować istnienie rozwiązań niezdominowanych
- Spróbować podejścia ważonego
- Przedyskutować pulę znalezionych rozwiązań oraz zwizualizować Front Pareto
- Wykorzystać populacyjną metodę wielokryterialną
- Uzgodnić “wagi” i stosować metodę jednokryterialną

450 1



Tablica: Średnie wyniki osiągnięte dla różnych wersji algorytmów i celów optymalizacji

Wersja	Cel	Wartość	Yield
2.3.1	Wartość	81443759	0.7747
2.3.1	Yield	52675329	0.8019

Tablica: Wyniki osiągnięte w zadaniu wielokryterialnym

Wersja	Cel heurystyki	Zakres wartości	Zakres yieldu
2.3.1	Wartość	80490841 – 81107264	0.7707 – 0.7747
2.3.1	Yield	52555636 – 55452978	0.7945 – 0.7965

Komentarz:

- Podejście wielokryterialne znajduje zastosowanie również jako alternatywa do funkcji kary w optymalizacji jednokryterialnej
- Jak może wyglądać modyfikacja PSO? (Pokazać kod w R)

Komentarz:

- Podejście wielokryterialne znajduje zastosowanie również jako alternatywa do funkcji kary w optymalizacji jednokryterialnej
- Jak może wyglądać modyfikacja PSO? (Pokazać kod w R)



Adham, A. M., Mohd-Ghazali, N., and Ahmad, R. (2015).

Performance optimization of a microchannel heat sink using the Improved Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA2).

Journal of Engineering Thermophysics, 24(1):86–100.



Deb, K. and Jain, H. (2013).

An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Using Reference-point Based Non-dominated Sorting Approach, Part I: Solving Problems with Box Constraints.




leexplore.lee.org, 18(c):1–1.



Ishibuchi, H., Imada, R., Setoguchi, Y., and Nojima, Y. (2016).

Performance comparison of NSGA-II and NSGA-III on various many-objective test problems.

In *2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2016*, pages 3045–3052.

-  Kim, M., Hiroyasu, T., Miki, M., and Watanabe, S. (2004).
SPEA2+: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary
Algorithm 2.
Sort, 3242/2004:742–751.
-  Pan, Q., Darabos, C., and Moore, J. H. (2012).
The Role of Mutations in Whole Genome Duplication.
In *Service-Oriented Computing*, pages 122–133.
-  Zhang, Q. and Li, H. (2007).
MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on
Decomposition.
IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 11(6):712–731.
-  Zhao, Y. and Liu, H.-I. (2013).
Multi-Objective Particle Swarm Optimization Algorithm Based on
Population Decomposition.
In *Intelligent Data Engineering and Automated Learning*, pages 463–470.



Zitzler, E., Laumanns, M., and Thiele, L. (2001).

SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm.

Evolutionary Methods for Design Optimization and Control with Applications to Industrial Problems, pages 95–100.



Zitzler, E. and Thiele, L. (1999).

Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach.

IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 3(4):257–271.