

1 Przewodnictwo cieplne pręta

Dany jest niejednorodny pręt o długości 1 i zmiennym współczynnikiem przewodnictwa cieplnego $k(T) = \hat{\kappa}(x)$. Jeżeli $T = T_{[\hat{\kappa}]}$ oznacza temperaturę pręta w punkcie x to

$$\partial_t T = \partial_x(k(T)\partial_x T) + 1$$

$$T(x, 0) = T_0(x) = 0, \quad T(0, t) = T(1, t) = 0$$

Znaleźć $\hat{\kappa}(x) \in U_{\text{ad}} = \langle 10^{-3}; 10^3 \rangle$

$$\min_{\hat{\kappa} \in U_{\text{ad}}} \int_0^{\tau_1} \int_0^1 (T_{[\hat{\kappa}]} - \hat{T})^2 dx dt$$

gdzie \hat{T} jest daną zadaną temperaturą pręta.

NLP po zdyskretyzowaniu: $x_j = j \cdot \Delta x$, $j = 0, 1, \dots, J = T(\Delta x)^{-1}$; $t_k = k \cdot \Delta t$, $k = 0, 1, \dots, K = \tau_1(\Delta t)^{-1}$

$$\left(\min_{\hat{\kappa} \in U_{\text{ad}}} \sum_{j=0}^J \sum_{k=0}^K (T_k^j - \hat{T}_k^j)^2 \right) (\Delta x \Delta t)$$

przy

$$(\Delta t)^{-1}(T_{k+1}^j - T_k^j) = (\Delta x)^{-2}[\kappa(j\Delta x)T_{j+1}^k - \kappa((j-1)\Delta x)T_{j-1}^k - (\kappa(j\Delta x) + \kappa((j-1)\Delta x))T_j^k]$$

$$T_0^j = 0 \dots$$

{cf zag ogrzewanie pręta itp}