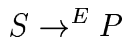


# 1 Inne zagadnienie z biochemii

Membrana  $M$  oddzielająca dwa pojemniki I i II zawiera nieaktywne proteiny i enzym  $E$ . W chwili  $t = 0$ , zakładamy brak substratów i produktów w  $M$  i obserwujemy proces dyfuzji substratów  $S$  z komór I i II do  $M$  gdzie enzym  $E$  jest katalizatorem reakcji



w wyniku której wytwarzany jest produkt  $P$ . Dobierając odpowiednie jednostki (grubość  $M = 1$ ; wsp. dyfuzji  $= 1$ ; etc.) zjawisko to modelowane jest układem:

$$\begin{aligned} \partial_t u &= \partial_{xx} u + \sigma u^3 \frac{a}{1+a} \\ u(0, t) &= \alpha \quad u(1, t) = \beta, \quad \alpha, \beta > 0; \\ u(x, 0) &= 0, \quad x \in (0; 1), \end{aligned}$$

gdzie  $u(x, t)$  jest stężeniem substratu. Reakcją można sterować za pomocą stężenia aktywatora  $a(t)$ . Rozkład  $a(t)$  należy wybrać ze zbioru dopuszczalnego  $0 \leq a(t) \leq M$  tak, aby przez cały czas stężenie substratu w środku membrany ( $x = 1/2$ ) utrzymywało się na żądanym poziomie  $z_d(t)$

$$v(a) = \int_0^T |u(1/2, t) - z_d(t)|^4 dt,$$

Aproksymujemy zadanie następującym problemem dyskretnym:

$$(\Delta t)^{-1}(u_j^{k+1} - u_j^k) = (\Delta x)^{-2}(.25u_{j+1}^k + .25u_{j-1}^k - .5u_j^k + .75u_{j+1}^{k+1} + .75u_{j-1}^{k+1} - 1.5u_j^{k+1}) + \sigma(u_j^k)^3 \frac{a^k}{1+a^k}$$

$j = 0, \dots, J$  i  $J = 20, \dots, 2000$ ;  $k = 1, \dots, K$  i  $K = 10, \dots, 100$ . Rozważyć następujące funkcje  $z_d(t)$ :

- monotoniczna:

$$z_d(t) = 1 - \frac{1}{1+t} \quad z_d(t) = 1 + \frac{1}{1+t^2} \quad z_d(t) = e^{-t}$$

- zmienna okresowo z różnymi częstościami

$$z_d(t) = 1 + \sin \omega t \quad \omega = 2, \dots, 2000$$

W każdym przypadku zbadać wrażliwość rozwiązania na zmiany parametrów. Symulację rozpocząć dla wartości  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $4$  dla pozostałych parametrów zadania.