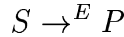


1 Zagadnienie z biochemii

Membrana M oddzielająca dwa pojemniki I i II zawiera nieaktywne proteiny i enzym E . W chwili $t = 0$, zakładamy brak substratów i produktów w M i obserwujemy proces dyfuzji substratów S z komór I i II do M gdzie enzym E jest katalizatorem reakcji



w wyniku której wytwarzany jest produkt P . Dobierając odpowiednie jednostki (grubość $M = 1$; wsp. dyfuzji $= 1$; etc.) zjawisko to modelowane jest układem:

$$\begin{aligned} \partial_t u &= \partial_{xx} u + \sigma \frac{u}{1+u} \frac{a}{1+a} \\ u(0, t) &= \alpha \quad u(1, t) = \beta, \quad \alpha, \beta > 0; \\ u(x, 0) &= 0, \quad x \in (0; 1), \end{aligned}$$

gdzie $u(x, t)$ jest stężeniem substratu. Reakcją można sterować za pomocą stężenia aktywatora $a(t)$. Rozkład $a(t)$ należy wybrać ze zbioru dopuszczalnego $0 \leq a(t) \leq M$ tak, aby przez cały czas stężenie substratu w środku membrany ($x = 1/2$) utrzymywało się na żądanym poziomie $z_d(t)$

$$v(a) = \int_0^T |u(1/2, t) - z_d(t)|^2 dt,$$

Aproksymujemy zadanie następującym problemem dyskretnym:

$$(\Delta t)^{-1}(u_j^{k+1} - u_j^k) = (\Delta x)^{-2}(.25u_{j+1}^k + .25u_{j-1}^k - .5u_j^k + .75u_{j+1}^{k+1} + .75u_{j-1}^{k+1} - 1.5u_j^{k+1}) + \sigma \frac{u_j^k}{1+u_j^k} \frac{a^k}{1+a^k}$$

$j = 0, \dots, J$ i $J = 20, \dots, 2000$; $k = 1, \dots, K$ i $K = 10, \dots, 100$. Rozważyć następujące funkcje $z_d(t)$:

- monotoniczna:

$$z_d(t) = 1 - \frac{1}{1+t} \quad z_d(t) = 1 + \frac{1}{1+t^2} \quad z_d(t) = e^{-t}$$

- zmienna okresowo z różnymi częstościami

$$z_d(t) = 1 + \sin \omega t \quad \omega = 2, \dots, 2000$$

W każdym przypadku zbadać wrażliwość rozwiązania na zmiany parametrów. Symulację rozpocząć dla wartości $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1 , 2 , 4 dla pozostałych parametrów zadania.