

Imię i nazwisko:..... grupa .....

## PRZYKŁADOWY egzamin z Analizy Matematycznej I

### CZEŚĆ 1 - TEORIA

pytanie	1	2	3	4	suma
punkty					

*Uwaga: Praca musi być napisana czytelnie (fragmenty nieczytelne nie będą oceniane).*

**(1)**

(1p) Podać definicję granicy ciągu.

(4p) Czy ciąg liczbowy może być zbieżny do dwóch różnych granic? Odpowiedź uzasadnić podając przykład lub formułując i dowodząc odpowiednie twierdzenie.

(2p) Podać definicję granicy dolnej ciągu.

(2p) Kiedy granica dolna ciągu jest równa granicy górnej ciągu?

(2)

(2p) Podać twierdzenie Lagrange'a.

(4p) Czy prawdziwa jest poniższa implikacja? Odpowiedź uzasadnić podając kontrprzykład lub dowodząc odpowiednie twierdzenie.

$$\forall_{x \in (a,b)} f'(x) > 0 \implies f \text{ jest rosn\u0105ca w przedziale } (a,b).$$

(2p) Czy ka\u017cda funkcja ci\u0105g\u0142a musi by\u0107 r\u00f3\u017cniczkowalna? Odpowied\u017c uzasadni\u0107 podaj\u0105c kontrprzyk\u0142ad lub dowodz\u0105c odpowiednie twierdzenie.

**(3)**

(2p) Sformułować twierdzenie ze wzorem Taylora z resztą Lagrange'a (podać najsłabsze możliwe założenia).

(2p) Napisać wzór Taylora z resztą Lagrange'a dla  $f(x) = \ln x$ ,  $x_0 = 1$ ,  $n = 2$  i  $x > 1$ .

(2p) Wyznaczyć pochodną funkcji  $f(x) = \sinh x$ .

(4)

(2p) Podać definicję funkcji pierwotnej.

(5p) Stosując podstawienie uniwersalne, obliczyć całkę  $\int \frac{dx}{\sin x}$ . Wyprowadzić wzory potrzebne do tego podstawienia.