

Imię i nazwisko:..... grupa .....

## PRZYKŁADOWY egzamin z Analizy Matematycznej I

### CZEŚĆ 1 - TEORIA

pytanie	1	2	3	4	suma
punkty					

*Uwaga: Praca musi być napisana czytelnie (fragmenty nieczytelne nie będą oceniane).*

**(1)**

(3p) Niech  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  i  $g \in \mathbb{R}$ . Podać definicję  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = g$  w wersji Cauchy'ego i w wersji Heinego.

(5p) Niech  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją ciągłą, gdzie  $-\infty < a < b < \infty$ . Czy funkcja  $f$  może być nieograniczona? Odpowiedź uzasadnić podając przykład lub formułując i dowodząc odpowiednie twierdzenie.

(2)

(2p) Podać definicję funkcji jednostajnie ciągłej.

(2p) Co to znaczy, że funkcja  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $D \subset \mathbb{R}$ , spełnia warunek Lipschitza?

(3p) Czy każda funkcja spełniająca warunek Lipschitza jest jednostajnie ciągła? Odpowiedź uzasadnić podając kontrprzykład lub dowodząc odpowiednie twierdzenie.

**(3)**

(2p) Podać definicję minimum lokalnego właściwego.

(2p) Podać pierwszy warunek wystarczający minimum lokalnego właściwego.

(3p) Czy funkcja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , mająca w punkcie  $x_0 \in \mathbb{R}$  minimum lokalne właściwe, musi być w tym punkcie różniczkowalna? Odpowiedź uzasadnić podając kontrprzykład lub dowodząc odpowiednie twierdzenie.

(4)

(3p) Podać definicje funkcji pierwotnej i całki nieoznaczonej.

(2p) Czy funkcja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{x^2}$ , ma funkcję pierwotną? Odpowiedź uzasadnić.

(3p) Używając jedynie podstawowych wzorów rachunku całkowego, obliczyć całkę  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3}}$ .