Imię i nazwisko:.. grupa.........

PRZYKŁADOWY egzamin z Analizy Matematycznej I
Część 2 - zadania

zadanie	1	2	3	4	suma
punkty					

Zadanie 1.(7p) Zbadać jednostajną ciągłość funkcji $f(x) = \operatorname{tg} x$ w przedziale $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Zadanie 2.(8p) Obliczyć pochodną funkcji określonej wzorem

$$f(x) = \begin{cases} |x|^3 \sin \frac{1}{x^2} & \text{dla} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{dla} \quad x = 0 \end{cases}$$

w punktach, w których ta pochodna istnieje. Czy f' jest ciągła na $\mathbb{R}$? Odpowiedź uzasadnić.

Zadanie 3.(8p) Korzystając z rozwinięcia Taylora funkcji $f(x) = \ln(1 + x)$, obliczyć $\ln(0,9)$ z dokładnością do 10^{-4}.

Zadanie 4. (7p) Obliczyć całkę

$$\int e^{-x} \sin(3x) dx$$

ODPOWIEDZI I WSKAZÓWKI:

1. Funkcja ta nie jest jednostajnie ciągła. Można przeprowadzić dowód nie wprost rozważając $x_n = \operatorname{arctg} n$ i $y_n = \operatorname{arctg}(n+1)$, które dla każdego $n \in \mathbb{N}$ należą do przedziału $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ a dla dostatecznie dużych n są dowolnie blisko siebie położone.

2.

$$f'(x) = \begin{cases} -3x^2 \sin\frac{1}{x^2} + 2\cos\frac{1}{x^2} & \text{dla} \quad x < 0 \\ 0 & \text{dla} \quad x = 0 \\ 3x^2 \sin\frac{1}{x^2} - 2\cos\frac{1}{x^2} & \text{dla} \quad x < 0 \end{cases}$$

f' nie jest ciągła w punkcie $x_0 = 0$, więc nie jest ciągła na $\mathbb{R}$.

3. $\ln 0,9 \approx -\frac{21}{200}$ (wystarczy zastosować wzór Taylora z $n = 3$).

4. $\frac{-e^{-x}(3\cos 3x + \sin 3x)}{10} + C$