

1. Funkcje i ich własności. Funkcje cyklometryczne.

1. Wykazać, że złożenie funkcji rosnących jest funkcją rosnącą. Czy złożenie funkcji malejących jest funkcją malejącą? Odpowiedź uzasadnić.

2. Podać maksymalny przedział zawierający liczbę 0, na którym funkcja $f(x) = x^2 + 4x + 1$ jest różnowartościowa. Następnie wyznaczyć funkcję odwrotną do f na tym przedziale.

3. Narysować wykresy funkcji odwrotnych do

a) $\sin x$ na przedziale $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, b) $\cos x$ na przedziale $[0, \pi]$,

c) $\operatorname{tg} x$ na przedziale $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, d) $\operatorname{ctg} x$ na przedziale $(0, \pi)$.

4. Wyznaczyć

a) $\arcsin(-1/2)$,

b) $\arcsin(\sqrt{3}/2)$,

c) $\arccos(0)$,

d) $\operatorname{arctg}(0)$,

e) $\operatorname{arcctg}(0)$,

f) $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})$,

g) $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(7\pi/8))$,

h) $\cos(2 \arcsin(4/5))$,

i) $\arccos(\sin(15\pi/7))$,

j) $\sin(\frac{1}{2} \arccos(3/7))$.

5. Przedstawić funkcję odwrotną do $f(x) = \sin x$ na przedziale $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ za pomocą funkcji

a) \arcsin ,

b) \arccos .

6. Narysować wykresy funkcji $f(x) = \arcsin(\sin x)$ i $g(x) = \sin(\arcsin x)$.

7. Udowodnić, że dla każdego $x \in [-1, 1]$ mamy

a) $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$,

b) $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.