

9. Całka nieoznaczona

1. Obliczyć:

$$\text{a) } \int \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{x^2} dx \quad \text{b) } \int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$$

2. Stosując wzory na całkowanie przez podstawienie lub na całkowanie przez części obliczyć:

$$\begin{aligned} \text{a) } \int \frac{\ln^5 x}{x} dx & \quad \text{b) } \int \frac{x^3 dx}{x^8 + 1} & \quad \text{c) } \int x^n \ln x dx, n \in \mathbb{N} & \quad \text{d) } \int x \operatorname{arctg} x dx \\ \text{e) } \int \arcsin x dx & \quad \text{f) } \int x \ln(1 + x^2) dx & \quad \text{g) } \int e^x \sin 2x dx & \quad \text{h) } \int \sin(\ln x) dx \\ \text{i) } \int \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln(\sin x)} dx & \quad \text{j) } \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}. \end{aligned}$$

3. Obliczyć:

$$\text{a) } \int |x| dx \quad \text{b) } \int \max(1, x^2) dx.$$

4. Wyprowadzić wzory rekurencyjne dla całek:

$$\text{a) } \int \sin^n x dx, n \in \mathbb{N} \cup \{0\} \quad \text{b) } \int \frac{dx}{(1 + x^2)^n}, n \in \mathbb{N}.$$

5. Obliczyć następujące całki z funkcji wymiernych:

$$\text{a) } \int \frac{dx}{1 - x^2} \quad \text{b) } \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} dx \quad \text{c) } \int \frac{xdx}{x^3 - 3x + 2} \quad \text{d) } \int \frac{dx}{x^3 + 1}.$$

6. Obliczyć całki z wyrażeń trygonometrycznych:

$$\begin{aligned} \text{a) } \int \cos^2 x dx & \quad \text{b) } \int \cos^7 x dx & \quad \text{c) } \int \sin 4x \cos 3x dx & \quad \text{d) } \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx \\ \text{e) } \int \frac{dx}{1 + \sin^2 x} & \quad \text{f) } \int \frac{dx}{\sqrt{\sin^3 x \cos^5 x}} & \quad \text{g) } \int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}. \end{aligned}$$

7. Obliczyć całki zawierające pierwiastki:

$$\begin{aligned} \text{a) } \int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx & \quad \text{b) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}} & \quad \text{c) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}} \\ \text{d) } \int \frac{(4x + 5) dx}{\sqrt{1 - x^2 - 2x}} & \quad \text{e) } \int \frac{xdx}{\sqrt{1 - 2x^2 - x^4}} & \quad \text{f) } \int \sqrt{3 - 2x - x^2} dx \\ \text{g) } \int (3x - 2) \sqrt{x^2 - 2x} dx. & \end{aligned}$$