

**6. METODY WYZNACZANIA TESTÓW STATYSTYCZNYCH**

**ZADANIE 6.1** Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie prostą próbą losową z rozkładu normalnego  $\mathcal{N}(\mu, \frac{1}{2})$ , tzn. z rozkładu o gęstości  $f_\mu(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(x-\mu)^2}$ .

(a) Użyć lematu Neymana-Pearsona do wyznaczenia najmocniejszego testu o poziomie istotności  $\alpha \in (0, 1)$  służącego do weryfikacji hipotezy  $H_0 : \mu = \mu_0$  przeciwko  $H_1 : \mu = \mu_1$ , gdzie  $\mu_1 > \mu_0$ . Podać statystykę testową i wzór na zbiór krytyczny szukanego testu.

(b) Na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  przetestować  $H_0 : \mu = 0$  przeciwko  $H_1 : \mu = 1$  mając następującą realizację próby losowej: 1.22, 0.92, 1.06, 1.50, -0.04, 0.08, 0.90, -0.49, 1.00.

**ZADANIE 6.2** Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie próbą losową z rozkładu  $Gamma(2, 1/s)$ , czyli rozkładu o gęstości  $f_s(x) = \begin{cases} \frac{x}{s^2} e^{-x/s}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ , gdzie  $s > 0$ .

(a) Wyznaczyć najmocniejszy test na poziomie istotności  $\alpha$  służący do weryfikacji hipotezy  $H_0 : s = s_0$  przeciwko  $H_1 : s = s_1$ , gdzie  $s_1 < s_0$ .

(b) Wyznaczyć jednostajnie najmocniejszy test na poziomie istotności  $\alpha$  służący do weryfikacji hipotezy  $H_0 : s = s_0$  przeciwko  $H_1 : s < s_0$ .

Podać statystyki testowe i wzory na zbiory krytyczne szukanych testów. Następnie

(c) na poziomie istotności  $\alpha = 0,1$  przetestować  $H_0 : s = 3$  przeciwko  $H_1 : s = 1$  mając następującą realizację próby losowej: 17.59, 6.41, 2.84, 1.33, 5.50, 1.71, 4.53, 1.33, 1.19.

(d) na poziomie istotności  $\alpha = 0,01$  przetestować  $H_0 : s = 7$  przeciwko  $H_1 : s < 7$  mając następującą realizację próby losowej: 19.14, 9.78, 14.30, 19.66, 7.69, 27.62, 5.54, 9.86.

**ZADANIE 6.3** Niech  $X_1, X_2, X_3$  będzie próbą losową z rozkładu dwupunktowego o funkcji masy prawdopodobieństwa  $p_\theta(x) = \theta^x(1-\theta)^{1-x}$ ,  $x = 0, 1$ .

(a) Na poziomie istotności  $\alpha = \frac{1}{27}$  wyznaczyć najmocniejszy test do weryfikacji  $H_0 : \theta = \frac{1}{3}$  przeciwko  $H_1 : \theta = \frac{1}{2}$ .

(b) Na poziomie istotności  $\alpha = \frac{1}{27}$  przetestować  $H_0 : \theta = \frac{1}{3}$  przeciwko  $H_1 : \theta = \frac{1}{2}$  mając następującą realizację próby losowej: 1, 1, 0.