

Podstawowe statystyki próbkowe i funkcje w R wyliczające te statystyki	
średnia z próby: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j$ > mean(dane)	wariancja z próby: $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2$ > var(dane)

Oznaczenia podstawowych kwantyli i funkcje w R wyliczające te kwantyle		
dla rozkładu normalnego u_α > qnorm(α)	dla rozkładu t-Studenta $t_{\alpha,n}$ > qt(α, n)	dla rozkładu chi-kwadrat $\chi_{\alpha,n}^2$ > qchisq(α, n)

UWAGA: Jeśli wyznaczone wartości statystyk testowych należą do odpowiednich zbiorów krytycznych, to H_0 odrzucamy.

Weryfikacje hipotez dotyczących wartości średniej na poziomie istotności α		
Model I. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ - nieznane, σ - znane. Hipoteza zerowa $H_0 : \mu = \mu_0$. Statystyka testowa $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}$.		
Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu \neq \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu > \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu < \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$
Model II (t.test). $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ - nieznane, σ - nieznane. Hipoteza zerowa $H_0 : \mu = \mu_0$. Statystyka testowa $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s} \sqrt{n}$.		
Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu \neq \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -t_{1-\alpha/2, n-1}) \cup (t_{1-\alpha/2, n-1}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu > \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (t_{1-\alpha, n-1}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu < \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -t_{1-\alpha, n-1})$
Model III. X ma rozkład dowolny (próbka duża: $n \geq 100$). Hipoteza zerowa $H_0 : \mu = \mu_0$. Statystyka testowa $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s} \sqrt{n}$.		
Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu \neq \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu > \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu < \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$
Model IV (prop.test). X ma rozkład dwupunktowy $P(X = 1) = p, P(X = 0) = q = 1 - p$, p - nieznane, $n\hat{p} \geq 5$ i $n\hat{q} \geq 5$, gdzie $\hat{p} = \frac{k}{n} = \frac{\text{ilość sukcesów}}{\text{ilość prób}}$, $\hat{q} = 1 - \hat{p}$. Hipoteza zerowa $H_0 : p = p_0$. Statystyka testowa $U = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$.		
Hipoteza alternatywna $H_1 : p \neq p_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : p > p_0$ Zbiór krytyczny $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : p < p_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$
Jeśli w modelu IV nie jest spełnione założenie, że $n\hat{p} \geq 5$ i $n\hat{q} \geq 5$, to zamiast prop.test używamy testu dokładnego binom.test .		

Weryfikacja hipotezy dotyczącej jednej wariancji na poziomie istotności α		
Model. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ - nieznane, σ - nieznane. Hipoteza zerowa $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$. Statystyka testowa $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$.		
Hipoteza alternatywna $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ Zbiór krytyczny $W = (0, \chi_{\alpha/2; n-1}^2) \cup (\chi_{1-\alpha/2; n-1}^2; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$ Zbiór krytyczny $W = (\chi_{1-\alpha; n-1}^2; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$ Zbiór krytyczny $W = (0; \chi_{\alpha; n-1}^2)$

Weryfikacje hipotez dotyczących dwóch średnich na poziomie istotności α

UWAGA: jeżeli wyznaczone wartości statystyk (U lub T) należą do odpowiednich zbiorów krytycznych, to H_0 odrzucamy.

Model I. $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, μ_1, μ_2 - nieznane, σ_1, σ_2 - znane; dysponujemy niezależnymi próbkami losowymi z tych populacji.

Hipoteza zerowa $H_0 : \mu_1 = \mu_2$. Statystyka testowa $U = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$.

Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 > \mu_2$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty)$	Zbiór krytyczny $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$	Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$

Model II. (unpaired t-test: t.test(..., paired=FALSE, var.equal=TRUE))

$X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, μ_1, μ_2 - nieznane, σ_1, σ_2 - nieznane, ale takie, że $\sigma_1 = \sigma_2$; dysponujemy niezależnymi próbkami losowymi z tych populacji.

Hipoteza zerowa $H_0 : \mu_1 = \mu_2$. Statystyka testowa $T = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$.

Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 > \mu_2$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
Zbiór krytyczny $W = (-\infty, -t_{1-\alpha/2, n_1+n_2-2}) \cup (t_{1-\alpha/2, n_1+n_2-2}; +\infty)$	Zbiór krytyczny $W = (t_{1-\alpha, n_1+n_2-2}; +\infty)$	Zbiór krytyczny $W = (-\infty, -t_{1-\alpha, n_1+n_2-2})$

Jeśli w modelu II nie jest spełnione założenie, że $\sigma_1 = \sigma_2$, to zamiast t.test(..., paired=FALSE, var.equal=TRUE) należy użyć t.test(..., paired=FALSE, var.equal=FALSE)

Model III. (paired t-test: t.test(..., paired=TRUE))

$X - Y \sim N(\mu_Z, \sigma_Z^2)$, μ_Z, σ_Z - nieznane; dysponujemy parami obserwacji, gdzie pary są wzajemnie niezależne.

Hipoteza zerowa $H_0 : \mu_1 = \mu_2$. Statystyka testowa $T = \frac{\bar{z}}{s_z} \sqrt{n}$, gdzie $z_i = x_i - y_i, i = 1, 2, \dots, n$.

Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 > \mu_2$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -t_{1-\alpha/2, n-1}) \cup (t_{1-\alpha/2, n-1}; +\infty)$	Zbiór krytyczny $W = (t_{1-\alpha, n-1}; +\infty)$	Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -t_{1-\alpha, n-1})$

Model IV. Cechy X, Y mają rozkłady dowolne ($n_1 \geq 100, n_2 \geq 100$), $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$ - nieznane; dysponujemy niezależnymi próbkami losowymi z tych populacji.

Hipoteza zerowa $H_0 : \mu_1 = \mu_2$. Statystyka testowa $U = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$.

Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 > \mu_2$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty)$	Zbiór krytyczny $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$	Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$

Model V (prop.test). Cechy X, Y mają rozkłady dwupunktowe, $P(X=1) = p_1 = 1 - P(X=0)$, $P(Y=1) = p_2 = 1 - P(Y=0)$, p_1, p_2 - nieznane, $n_1 \hat{p}_1 \geq 5$ i $n_1(1 - \hat{p}_1) \geq 5$ i $n_2 \hat{p}_2 \geq 5$ i $n_2(1 - \hat{p}_2) \geq 5$.

Hipoteza zerowa $H_0 : p_1 = p_2$. Statystyka testowa $U = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}}$, gdzie $\hat{p}_1 = \frac{k_1}{n_1}, \hat{p}_2 = \frac{k_2}{n_2}, \hat{p} = \frac{k_1 + k_2}{n_1 + n_2}, \hat{q} = 1 - \hat{p}, n = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}$.

Hipoteza alternatywna $H_1 : p_1 \neq p_2$	Hipoteza alternatywna $H_1 : p_1 > p_2$	Hipoteza alternatywna $H_1 : p_1 < p_2$
Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty)$	Zbiór krytyczny $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$	Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$

Jeśli w modelu V nie jest spełnione założenie, że n_1, n_2 są wystarczająco duże, to zamiast prop.test należy zastosować dokładny test Fishera fisher.test oparty na rozkładzie hipergeometrycznym.

Weryfikacja hipotezy dotyczącej równości dwóch wariancji na poziomie istotności α	
Model I. (test F: var.test) $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2), Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2), \mu_X, \mu_Y, \sigma_X, \sigma_Y$ - nieznanne, dysponujemy niezależnymi próbkami losowymi z tych populacji. Hipoteza zerowa $H_0 : \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$.	
Hipoteza alternatywna $H_1 : \sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$ Statystyka testowa $F = s_1^2/s_2^2$ (w liczniku jest większa z wariancji). Zbiór krytyczny $W = \langle F(1 - \alpha/2, n_1 - 1, n_2 - 1); +\infty \rangle$, gdzie n_1 oznacza licznosc próby o większej wariancji próbkowej.	Hipoteza alternatywna $H_1 : \sigma_X^2 > \sigma_Y^2$ Statystyka testowa $F = s_X^2/s_Y^2$ Zbiór krytyczny $W = \langle F(1 - \alpha, n_X - 1, n_Y - 1); +\infty \rangle$
Powyżej $F(\alpha, n, m)$ oznacza kwantyl rozkładu F-Snedecora: $< \text{qf}(\alpha, n, m)$	
UWAGA: jeżeli wyznaczona wartość statystyki testowej F należy do W , to H_0 odrzucamy.	

Test zgodności χ^2 -Pearsona na poziomie istotności α
H_0 : badana próba losowa pochodzi z zadanego rozkładu (lub rodziny rozkładów) H_1 : badana próba losowa nie pochodzi z zadanego rozkładu (lub rodziny rozkładów)
Statystyka testowa $\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - np_j^0)^2}{np_j^0}$, gdzie k - liczba klas, n_j - liczba obserwacji, które znalazły się w j -tej klasie, n - licznosc próby, p_j^0 - prawdopodobieństwo wpadnięcia obserwacji do j -tej klasy przy założeniu prawdziwości H_0 (jeśli H_0 nie jest hipotezą prostą, to brakujące parametry rozkładu z H_0 wyznaczamy metodą NW)
Zbiór krytyczny $W = \langle \chi_{1-\alpha, k-1-r}^2; +\infty \rangle$, r jest ilością parametrów szacowanych z próby
UWAGA: jeżeli $\chi^2 \in W$ to hipotezę zerową H_0 odrzucamy.

Test zgodności χ^2 -Pearsona jest zaimplementowany w R, niestety jedynie dla prostych hipotez H_0 :

`> chisq.test(x, p)`

gdzie

- x to wektor z licznosciami poszczególnych klas,
- p to wektor z prawdopodobieństwami teoretycznymi p_j^0 poszczególnych klas.