

Algebra i Teoria Mnogości

Zestaw zadań nr 12

1. Dla jakich parametrów $a, b \in \mathbb{R}$ układ
$$\begin{cases} x + ay + 5z = 2 \\ bx + 2y + z = 4 \\ 3bx + 2y + z = 0 \end{cases}$$
 jest układem Cramera?

2. Rozwiązać układ równań
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2y + z = -4 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$
 2.1. metodą Cramera
2.2. metodą macierzową
2.3. metodą eliminacji.

3. Rozwiązać układ równań

3.1.
$$\begin{cases} x - 2y + z = -3 \\ -y + z = -2 \\ 2x - 3y + z = -4 \end{cases}$$

3.2.
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 1 \\ -x_1 - 3x_2 - x_3 - 8x_4 + 6x_5 = 3 \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 = 2 \end{cases}$$

3.3.
$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

4. Określić liczbę rozwiązań układu równań w zależności od parametru $a \in \mathbb{R}$.

$$4.1. \begin{cases} ax + (a+2)y + 2(a-1)z = 0 \\ x + ay + (3-a)z = a+1 \end{cases} \quad 4.2. \begin{cases} x + y + 3az = a \\ ax + y + (2+3a)z = 1 \\ (a+1)x + 2y + (5a-2)z = 2 \end{cases}$$

$$4.3. \begin{cases} ax + y = a \\ ax + (2a+3)y = -1 \\ (a+1)y = a+1 \end{cases} \quad 4.4. \begin{cases} x + ay - z + at = 1 \\ (1-2a)x - y + az - at = a-2 \\ (1-a)x + (a-1)y + az = a-4 \end{cases}$$

5. Rozwiązać układ $\begin{cases} x + ay - az = a \\ -2x - 2ay + 2az = -a - 1 \end{cases}$ w zależności od parametru $a \in \mathbb{R}$.

6. Dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ podany układ równań ma rozwiązanie, w którym $x > 1$?

$$\begin{cases} x + y = az + 2 \\ y + z = ax - a \\ z + x = ay \end{cases}$$