Algebra i Teoria Mnogości
Zestaw zadań nr 8

1. Dane są macierze $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$.

Obliczyć (jeśli jest to możliwe):

$D \cdot A$, $A \cdot D$, $B \cdot C$, $B \cdot C^T$, $A \cdot C$, $C \cdot A$, $D \cdot (A + C^T)$, B^2, $B \cdot B^T$, $B^T \cdot B$, D^2.

2. Znaleźć wszystkie macierze $A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$, takie że $A \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot A$.

3. Sprawdzić czy poniższe macierze dadzą się pomnożyć i ewentualnie obliczyć $A \cdot B$ i $B \cdot A$.

3.1. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

3.2. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 6 & -2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 4 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

4. Obliczyć wyznaczniki podanych macierzy.

4.1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & -1 & -4 \\ -1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ 4.2. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & x+1 \\ 2 & x+2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & x+3 & 3 \\ x+4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ 4.3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

5. Wykazać, że wyznacznik $\begin{vmatrix} 1 & 8 & 8 & 4 \\ -1 & 7 & 12 & 6 \\ 8 & 3 & 4 & 7 \\ 7 & 5 & -4 & 8 \end{vmatrix}$ jest podzielny przez 5.

6. Wyznaczyć macierz odwrotną do podanej macierzy (jeśli jest to możliwe).

6.1. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ 6.2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ 6.3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

6.4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -3 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix}$

7. Rozwiązać równanie macierzowe

7.1. $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 0 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ 7.2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ·

$X \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 5 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^T$