ALzG1.Część testowa egzaminu 1, 03.02.2014. Imię i nazwisko
.... Grupa............ Suma punktów z testu............

Zadanie 1. Niech $A \in M_{m\times n}(\mathbb{K})$ będzie macierzą o rzędzie rank$(A) = r$. Niech $\phi : \mathbb{K}^n \to \mathbb{K}^m$ będzie przekształceniem liniowym danym wzorem $\phi_A(x) = A \cdot x$.
Wtedy $\dim\ker\phi =$, $\dim\phi(\mathbb{K}^n) =$.

Zadanie 2. Niech $A \in M_n(\mathbb{K})$ będzie macierzą nieosobliwą.
Wtedy $\det((A^{-1})^T \cdot A) =$, rank$A =$, rank$A^T =$.

Zadanie 3. Niech $A \in M_n(\mathbb{K})$, $B \in M_m(\mathbb{K})$, $C \in M_{m\times n}(\mathbb{K})$ będą macierzami o rzędach rank$A = n$, rank$B = m$, rank$C = r$.
Wtedy rank$(B{\cdot}C{\cdot}A) =$, rank$(B{\cdot}C) =$, rank$(C{\cdot}A) =$.

Zadanie 4. Niech wektory $v_1, \cdots, v_k \in \mathbb{K}^m$ będą liniowo niezależne oraz $w_1, w_2 \in$ span$\{v_1, \cdots, v_k\}$.
Wtedy $\dim$ span$\{w_1, w_2, v_1, \cdots, v_k\} =$, $\dim$ span$\{w_1, v_1, \cdots, v_k\} =$,
$\dim$ span$\{v_2, \cdots, v_k\} =$.

Zadanie 5. Niech $A, B \in M_n(\mathbb{K})$ będą macierzami takimi, że $A \cdot B = E_n$.
Wtedy $A^T \cdot B^T =$, $B^T \cdot A^T =$.

Zadanie 6. Niech $A = (a_{ij})_{i,j=1,\cdot,n}$. Podaj definicę wyznacznika macierzy A:

$\det A =$

Zadanie 7. Niech $A, B, C \in M_n(\mathbb{K})$ będą macierzami takimi, że $\det A = 2$, $\det B = 3$, $\det C = 4$.
Wtedy wyznacznik $\det\left(\begin{bmatrix} A^T & 0 \\ B & C^T \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} B & A \\ 0 & C \end{bmatrix}\right)^{-1}\right) =$

Zadanie 8. Niech $A \in M_{m\times n}(\mathbb{K})$ będzie macierzą o rzędzie r taką, że wektor $b \in$ span$\{A^{(1)}, \cdots, A^{(n)}\}$.
Wtedy układu $A \cdot x = b$

1. ma dokładnie jedno rozwiązanie dla r.....................
2. ma nieskończenie wiele rozwiązań zależnych od .... parametrów dla r..................

Zadanie 9. Niech $\sigma \in S_n$ będzie permutacją oraz niech $j, k, m \in \mathbb{N}$ będą liczbami takimi, że $1 < j < k < m < n$ oraz $\sigma = (1, \cdots, j)(j+1, \cdots, k)(k+1, \cdots, m)(m+1, \cdots, n)$.
Wtedy sgn$(\sigma) =$, $\sigma^{j(k-j)(m-k)(n-m)+1} =$

Zadanie 10. Niech $n \in \mathbb{N}$, $r_1, r_2 < 0$, $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
Wtedy $Im\left(r_1(\cos\alpha_1 - i\sin\alpha_1)(r_2(i\sin\alpha_2 - \cos\alpha_2))^{-n}\right) =$