

INFORMATYKA - SEMESTR 1

ANALIZA. ZESTAW 13.

**Zad. 1.** Wyznaczyć promień zbieżności i przedziały zbieżności szeregów potęgowych

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+1} x^n$$

$$(b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n} x^n$$

$$(c) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2n+1)}{6^n} x^{2n}$$

$$(d) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(6-2x)^n}{3^n + 2^n}$$

**Zad. 2.** Znaleźć sumę szeregu potęgowego

$$\frac{x^2}{2} + \frac{x^6}{6} + \dots + \frac{x^{4n+2}}{4n+2} + \dots$$

**Zad. 3.** Rozwinąć w szereg Maclaurina funkcje

$$(a) \quad f(x) = x^4 \cdot e^{-2x}$$

$$(b) \quad f(x) = \frac{1}{1+a^2x^2}, \quad a > 0$$

$$(c) \quad f(x) = 2 \sin x \sin 3x$$

**Zad. 4.** Rozwinąć funkcję  $f(x)$  w szereg Taylora wokół punktu  $x_0$

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad x_0 = 3$$

**Zad. 5.** Rozwinąć w szereg Maclaurina funkcje, a następnie wyznaczyć odpowiednią pochodną

$$f(x) = \frac{1-x}{1+x}, \quad f^{(28)}(0), \quad f^{(29)}(0)$$

**Zad. 6.** Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję

$$f(x) = \begin{cases} 6, & 0 < x < 2 \\ 3x, & 2 < x < 4 \end{cases}$$

**Zad. 7.** Rozwinąć w szereg Fouriera

(a) sinusowy

(b) cosinusowy

funkcję

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & \text{dla } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

a następnie obliczyć  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ .

**Zad. 8.** Rozwinąć w szereg Fouriera w przedziale  $\langle -\pi; \pi \rangle$  funkcję  $f(x) = x^2$ . Jaki szereg liczbowy otrzymujemy podstawiając  $x = \pi$ , a jaki  $x = 0$ ?

**Zad. 9.** Rozwinąć w szereg Fouriera w przedziale  $\langle -\pi; \pi \rangle$  funkcję

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{dla } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{dla } x < 0 \end{cases} .$$