

1. Oblicz granicę ciągu:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 5^n}{2^{2n+1} + 5^{n+1}},$
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n}},$
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{3^n + 4^n}{4^n + 5^n}},$
- (d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{n+1},$
- (e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n^2} \cdot 4^n + n \cdot 3^n + 5n^3},$
- (f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\binom{n+2}{n}}{1 + 2 + 3 + \dots + n}.$
- (g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^n,$
- (h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2n + 1}{2n^2 + 2}\right)^{n+1},$
- (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{2019},$
- (j) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot [\ln(n+3) - \ln n],$

2. Wykaż, że nie istnieje granica:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n\pi) + \sqrt{3}}{2 \cos(n\pi) + \sqrt{2}},$
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n,$ gdzie $a \in \mathbb{R}$ i $a < -1.$

3. Oblicz granicę funkcji:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2},$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{3x},$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{x}},$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x},$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{4 - \sqrt{5x + 16}},$
- (f) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x + 1},$
- (g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + x + 1}}{x},$

4. Wykaż, że nie istnieje granica:

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sin 3x,$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + |x|)^{\frac{1}{x}},$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{x} \right).$