

INFORMATYKA - SEMESTR 1

ANALIZA. ZESTAW 2B.

Zad. 1. Wykaż z definicji, że

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{2n^2+1} = 0$
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (7n^3 - 5(-1)^n) = \infty$

Zad. 2. Zbadać zbieżność i jeśli istnieje granica to ją wyznaczyć dla ciągów:

- a) $a_n = \sqrt[3]{n^2 + n} - \sqrt[3]{n^2 + 1}$
- b) $a_n = \frac{\sqrt{n^2+9n+2} - \sqrt{n^2+3n+4}}{\sqrt{n^2+4n+6} - \sqrt{n^2+7n+8}}$
- c) $a_n = \sum_{k=1}^{n^3} \frac{5}{\sqrt{7n^6+k}}$
- d) $a_n = \sin(\pi\sqrt{n^2 + 2n + 2})$
- e) $a_n = \cos(\pi\sqrt{n^2 + 2n + 2})$

Zad. 3. Znaleźć zbiór wszystkich punktów skupienia i wszystkie punkty izolowane zbiorów

- a) $\{(-1/n - 1)^n : n \in \mathbb{N}\}$
- b) $[0, 1)$

Odpowiedzi uzasadnij.

Zad. 4. Korzystając z definicji granicy wykazać, że

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x)}{x} = 1$
- b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^3-2x^2+2x-1} = 3$
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+5+x}}{\sqrt{x^2+7+2x}} = \frac{2}{3}$

Zad. 5. Znaleźć granice funkcji:

- a) $\lim_{x \rightarrow \pm 3+} \operatorname{arctg} \frac{3x}{x^2-9}$

- b) $\lim_{x \rightarrow \pm 3^-} \operatorname{arctg} \frac{3x}{x^2-9}$
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2-2})$
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} (\sqrt[3]{x^2+2} - \sqrt[3]{x^2-2})$
- e) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2\sqrt{2x+1}-3\sqrt{x}}{x^2-16}$
- f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin x - \sin \frac{x^2+1}{x} \right)$
- g) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \operatorname{ctg} x \right)$
- h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\ln(1+2x) - \ln(2x))$
- i) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{5}{x^2+x-6} - \frac{3}{x^2-x-2} \right)$