

1. Oblicz całki nieoznaczone, korzystając z całkowania przez części:

$$(a) \int (x^2 + 1) \cos x \, dx, \quad (b) \int \arcsin x \, dx,$$

$$(c) \int x \ln^2 x \, dx, \quad (d) \int \sqrt{x} \operatorname{arctg} \sqrt{x} \, dx, \quad (e) \int \ln \left(1 + \frac{2}{x} \right) dx.$$

2. Oblicz całki nieoznaczone, korzystając z całkowania przez podstawienie:

$$(a) \int \frac{x^3}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx, \quad (b) \int e^{\sqrt{x}} dx,$$

$$(c) \int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx, \quad (d) \int \arcsin x \, dx,$$

$$(e) \int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx, \quad (f) \int x^3 e^{x^2} dx.$$

3. Oblicz całki nieoznaczone, korzystając z odpowiednich zależności trygonometrycznych:

$$(a) \int \sin^2 x \, dx, \quad (b) \int \sin(4x) \cos(6x) \, dx,$$

$$(c) \int \sin^4 x \cos^3 x \, dx, \quad (d) \int \frac{1}{\sin(2x)} dx.$$

4. Oblicz całki nieoznaczone, korzystając (jeśli trzeba) z rozkładu na ułamki proste:

$$(a) \int \frac{1}{x^2 - 6x + 13} dx, \quad (b) \int \frac{x + 1}{x^2 + 8x + 25} dx,$$

$$(c) \int \frac{1}{x(x+1)^2} dx, \quad (d) \int \frac{1}{x^4 + 1} dx.$$

5. Oblicz całki nieoznaczone, korzystając z odpowiednich wzorów:

$$(a) \int \frac{1}{\sqrt{4x + x^2}} dx, \quad (b) \int \sqrt{x^2 - 2x + 3} \, dx,$$

$$(c) \int \frac{1}{\sqrt{4x - x^2}} dx, \quad (d) \int \frac{x^2}{\sqrt{2x + x^2}} dx,$$

$$(e) \int x \cdot \sqrt{6x - x^2} \, dx.$$

6. Oblicz całki nieoznaczone:

$$(a) \int \frac{\operatorname{arctg} x}{(x+1)^2} dx, \quad (b) \int \frac{4}{x(x+2\sqrt{x+4})} dx, \quad (c) \int \frac{1}{2\cos x + \sin 2x} dx,$$

$$(d) \int \frac{1}{\sin x + 2\cos x + 3} dx, \quad (e) \int \frac{e^{2x} + e^x}{\sqrt{4 - e^{2x}}} dx.$$

7. Wyprowadzić wzór rekurencyjny

$$\int \sin^n x dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx$$