

Ród Bernoullich

przygotowali:

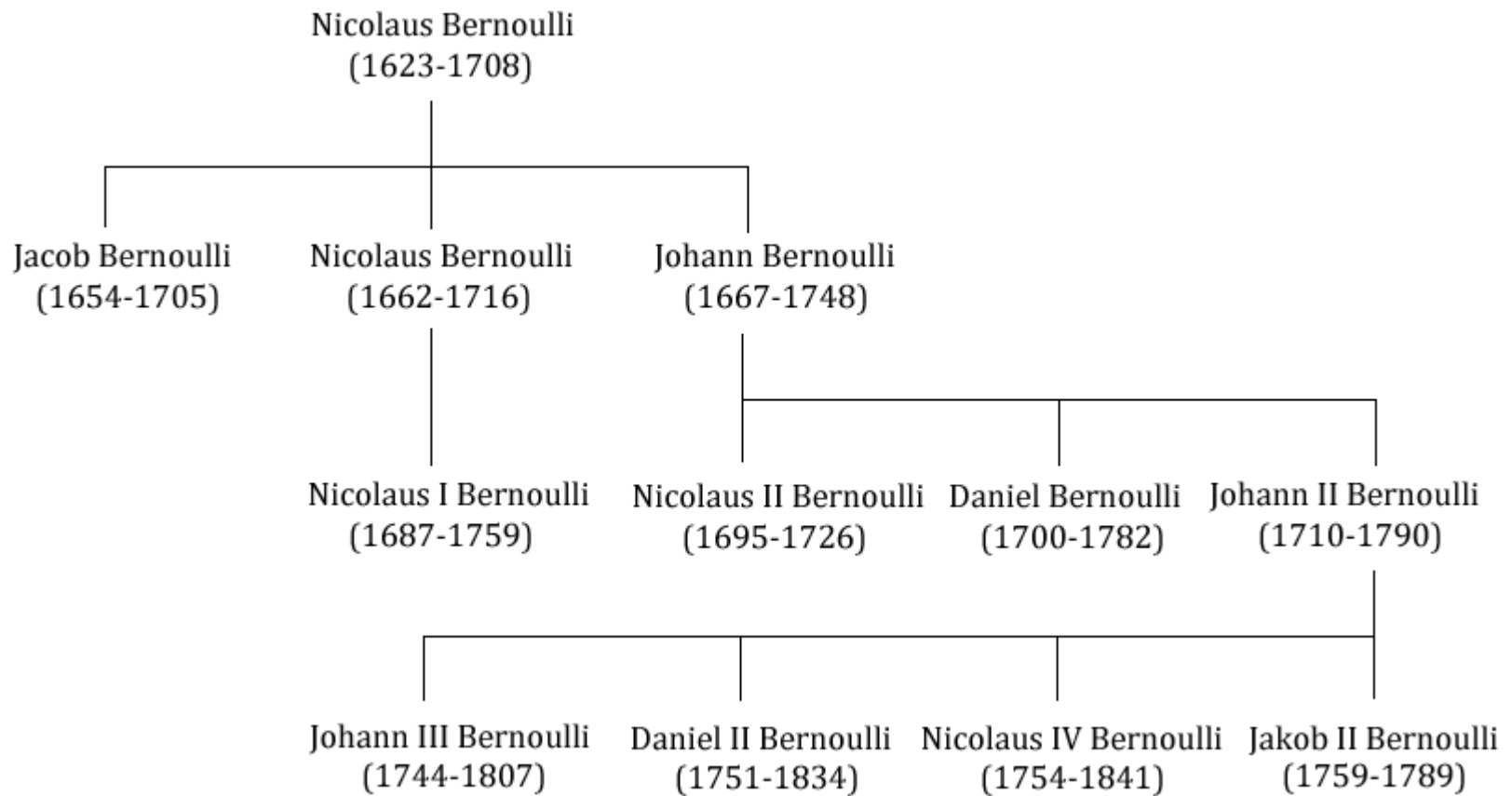
Rafał Staszek vel Staszewski

Jakub Szymczuk

Daniel Waszkiewicz

Rafał Woźniak

Ród Bernoullich



Jakub Bernoulli (1654-1705)



Urodzony w Bazylei w Szwajcarii
27 grudnia 1654.

Najstarszy w swoim pokoleniu.

Za namową ojca studiował
teologię, ucząc się równoległe
matematyki i astronomii.

Podróżował po Europie w latach
1676-1682 ucząc się matematyki.

Pracował wówczas z Robertem
Boylem i Robertem Hookiem.

Jakub Bernoulli (1654-1705)



W 1682 odrzucił propozycję objęcia stanowiska pastora w Strasburgu.

W 1682 założył szkołę dla matematyków.

Od 1683 wykładał na bazylejskim uniwersytecie fizykę, a od 1687 matematykę.

Od 1687 korespondował z Leibnizem.

Zmarł w Bazylei 16 sierpnia 1705.

Osiągnięcia naukowe i badania

Twórca podstaw rachunku prawdopodobieństwa.

Badał teorię szeregów.

Stosował rachunek różniczkowy do rozwiązywania zagadnień z dziedziny mechaniki.

Używał współrzędnych biegunowych.

Badanie krzywej łańcuchowej.

Badanie spirali logarytmicznej.

Zajmował się figurami izoperymetrycznymi.

Wraz z bratem Janem zapoczątkował rachunek wariacyjny.

Osiągnięcia naukowe i badania

Ocenił ogłoszoną przez Leibniza w 1684 roku pracę o algorytmie różniczkowym, czym przyczynił się do zapoczątkowania rachunku różniczkowego.

W roku 1694 w czasopiśmie naukowym *Acta Eruditorum* zamieścił opis krzywej zwanej lemniskatą.

Napisał dzieło *Ars Conjectandi* z rachunku prawdopodobieństwa, wydane pośmiertnie w 1713.

W pierwszej części tego dzieła przedrukowany jest traktat Huygensa o grach losowych, dalsze części dotyczą permutacji i kombinacji, a głównym wynikiem jest twierdzenie Bernoulliego o rozkładzie dwumianowym.

Stwierdzenie istnienia e jako granicy

Jakub Bernoulli stwierdził istnienie granicy $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Rozważył przypadek włożenia na lokatę stuprocentową jednego dolara na okres roku.

Jeśli kapitalizacja ma miejsce 1 raz, po roku otrzymamy \$2.00.

Jeżeli kapitalizacja ma miejsce 2 razy: $\$1.00 \times 1.5^2 = \2.25 .

Przy kwartalnej kapitalizacji: $\$1.00 \times 1.25^4 = \$2.4414\dots$

A przy miesięcznej: $\$1.00 \times (1.0833\dots)^{12} = \$2.613035\dots$

Bernoulli zauważył, że przy częstych kapitalizacjach wyrażenie ma granicę.

Przy kapitalizacji tygodniowej: otrzymamy \$2.692597..., a przy dziennej \$2.714567... Co w rezultacie daje 2 centy różnicy. Bernoulli odkrył, że przy ciągłym naliczaniu odsetek otrzymamy \$2.7182818...

Próba Bernoulliego

W swojej *Sztuce Przewidywania* Bernoulli wprowadził podstawy rachunku prawdopodobieństwa.

Pojęciem próby Bernoulliego nazywamy jednorazowy eksperyment mogący zakończyć się sukcesem lub porażką.

Ciąg takich prób nazywa się procesem Bernoulliego.

Rozkład Bernoulliego

Funkcja zwraca prawdopodobieństwo wystąpienia k sukcesów w n próbach doświadczenia o prawdopodobieństwie p .

$$f(k, n, p) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Liczby Bernoulliego

Liczbami Bernoulliego nazywa się kolejne współczynniki występujące w rozwinięciu w szereg Taylora funkcji:

$$\frac{x}{e^x - 1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n \cdot x^n}{n!}$$

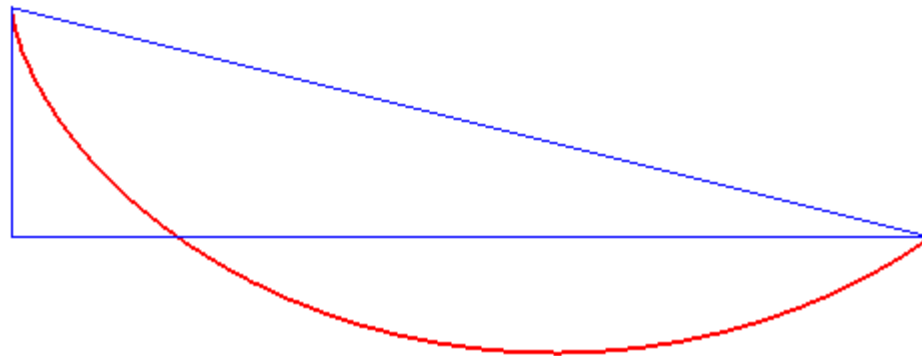
Szereg ten jest zbieżny dla $|x| < 2\pi$.

Pierwsze 21 liczb Bernoulliego:

$$1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, 0, -\frac{1}{30}, 0, \frac{1}{42}, 0, -\frac{1}{30}, 0, \frac{5}{66}, 0, -\frac{691}{2730}, \\ 0, \frac{7}{6}, 0, -\frac{3617}{510}, 0, \frac{43867}{798}, 0, -\frac{174611}{330}$$

Brachistochrona

Brachistochrona to krzywa, po której czas staczania się masy punktowej od punktu A do punktu B pod wpływem stałej siły (siły ciężkości) jest najkrótszy. Problem znalezienia krzywej najszybszego spadku postawiony przez Jakub Bernoulliego został rozwiązany niezależnie przez Leibniza, Newtona, Jana Bernoulliego oraz de L'Hospitala. Okazało się, że brachistochroną jest fragment cykloidy.



Brachistochrona

Rodzina funkcji spełniająca założenia problemu jest opisana: $F(y(x)) = \int_a^b \frac{ds}{v}$

Gdzie $ds = \sqrt{1 + y'(x)^2} dx$ jest długością krzywej, a $v = y'(x)$ jest prędkością, którą można wyznaczyć z zasady zachowania energii:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(y(a) - y(x)) \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2g(y(a) - y(x))}$$

Podstawiamy do wyjściowej całki ds i v : $F(y(x)) = \int_a^b \sqrt{\frac{1 + y'(x)^2}{2g(y(a) - y(x))}} dx$

Nie zmniejszając ogólności rozważań przyjmujemy punkt A jako $A = (0,0)$, co uprości dalsze rachunki. Załóżmy również, że oś y skierowana jest do dołu. Zatem aby rozwiązać postawione zagadnienie należy wyznaczyć ekstremum (minimum) funkcjonału:

$$F(y(x)) = \int_a^b \sqrt{\frac{1 + y'(x)^2}{2gy(x)}} dx$$

Brachistochrona

Zastosujemy tożsamość Beltramię: $f - y' \frac{\partial f}{\partial y'} = C$

$$\sqrt{\frac{1 + y'(x)^2}{2gy(x)}} - \sqrt{\frac{2gy(x)}{1 + y'(x)^2} \frac{y'(x)^2}{2gy(x)}} = C$$

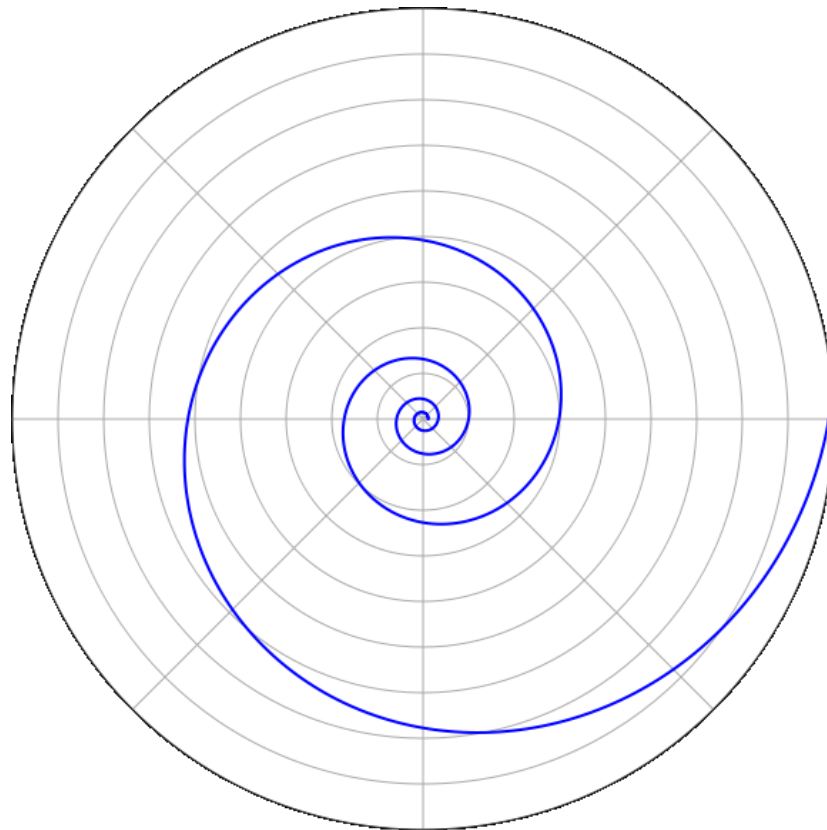
$$y(x)(1 + y'(x)^2) = \frac{1}{2gC^2} = k^2$$

Jest to równanie różniczkowe, którego rozwiązaniem jest cykloida postaci:

$$\begin{aligned}x(\theta) &= \frac{1}{2}k^2(\theta - \sin\theta) \\y(\theta) &= \frac{1}{2}k^2(1 - \cos\theta)\end{aligned}$$

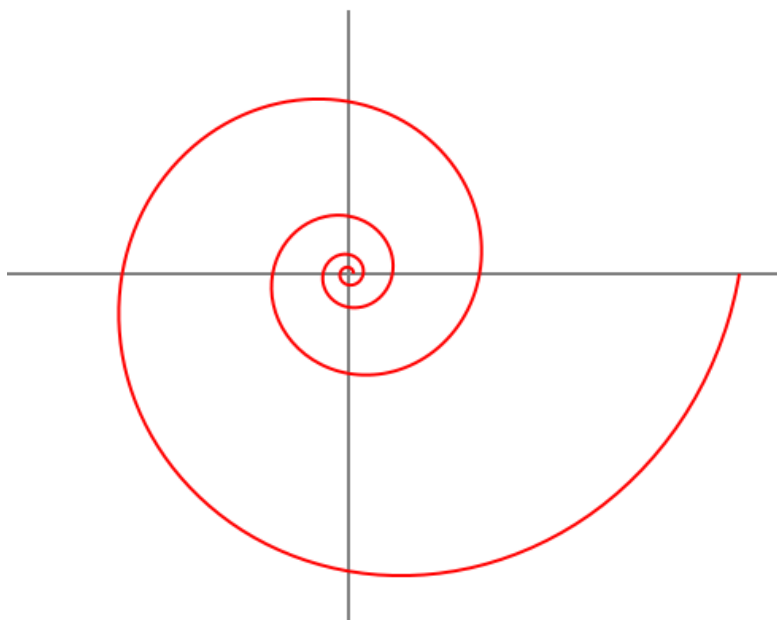
Spirala logarytmiczna

Spirala logarytmiczna jest to krzywa płaska przecinająca pod jednakowym, stałym kątem α wszystkie półproste wychodzące z ustalonego punktu, zwanego biegunem spirali.

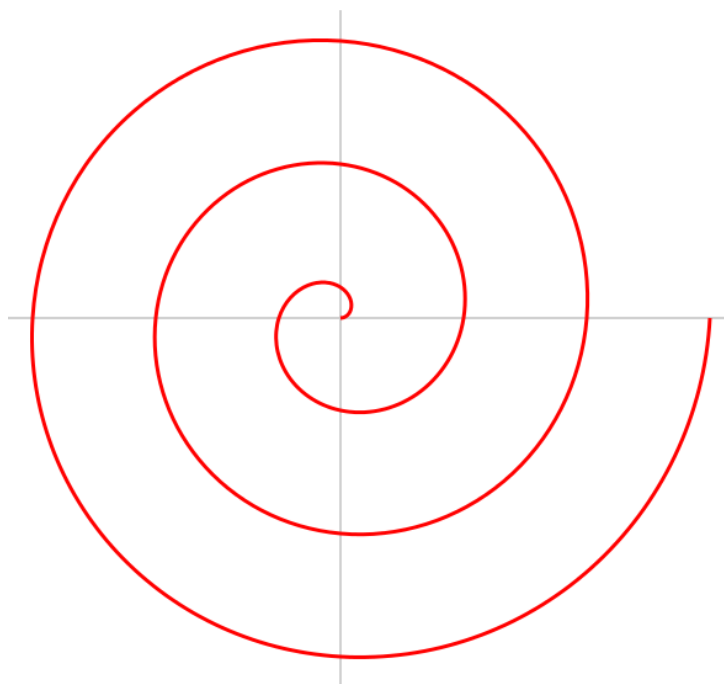


Spirala logarytmiczna

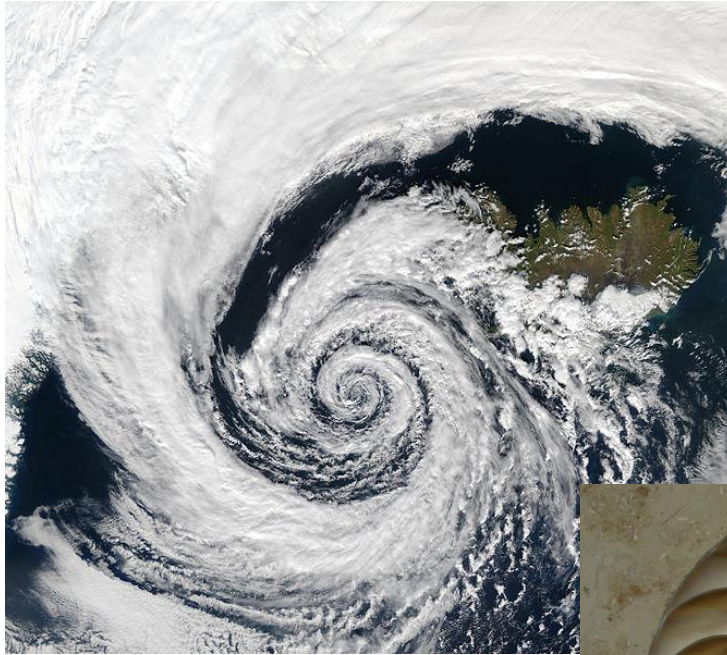
Spirala logarytmiczna:



Spirala Archimedesesa:



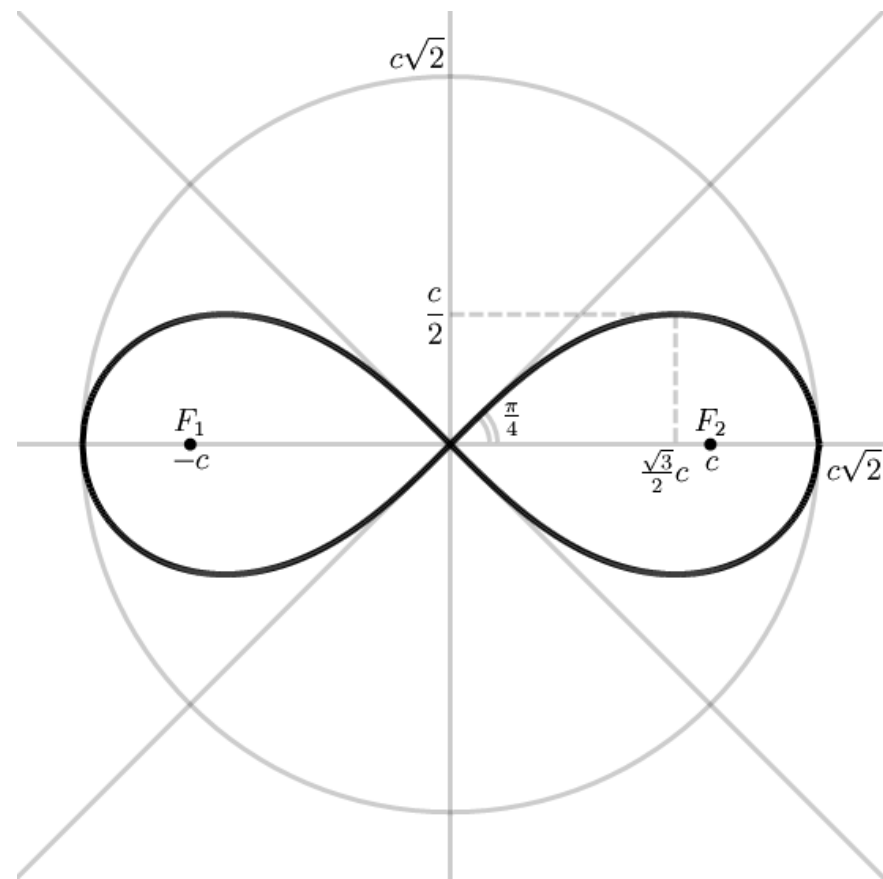
Spirala logarytmiczna



Lemniskata Bernoulliego

$$(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$$

$$x = \frac{a\sqrt{2} \cos t}{1 + \sin^2 t}, \quad y = \frac{a\sqrt{2} \sin t \cos t}{1 + \sin^2 t}, \quad t \in [0, 2\pi)$$



Johann Bernoulli (1667-1748)

Urodzony 27 lipca 1667 w Bazylei w Szwajcarii.

Zmarł 01 stycznia 1748 w Bazylei.

Był dziesiątym dzieckiem Mikołaja i Margarethy Bernoullich, a także bratem Jakuba Bernoulliego.

Jakub był pierwszym nauczycielem młodszego brata.



Johann Bernoulli (1667-1748)

Rodzice pochodzili z wpływowych i zamożnych rodzin. Johann otrzymał przykładowe wykształcenie.

Rodzice początkowo namawiali go do kariery biznesowej w rodzinnym interesie w handlu przyprawami. Przejął go w wieku 15 lat i pracował rok.



Początki na Uniwersytecie

Johann studiował w Bazylei, o dziwo była to medycyna. Jednak cały czas jego brat Jacob uczył go matematyki. Już po dwóch latach osiągnął poziom swojego brata.

Pierwsza publikacja w 1690 roku z fermentacji.

Rok później udał się do Genewy gdzie wykładał rachunek różniczkowy.

de l'Hospital

Z Genewy wybrał się do Paryża, gdzie uczył de l'Hopitala. Uczył go i innych paryskich matematyków rachunku różniczkowego.

Gdy powrócił do Bazylei kontynuował lekcje korespondencyjnie.

De l'Hopital opublikował te wykłady w swojej książce *Analyse des infiniment petits pour l'inteligenji des Lignes courbes* (1696).

Korespondencje

W Paryżu poznał Varignon'a, z którym się zaprzyjaźnił i często z nim pisał.

Jego korespondencja z Leibnizem była jedną z bardziej poważnych i owocnych jakie ten drugi prowadził.

Badania

Johann rozwiązał problem sieci trakcyjnej postawiony przez jego brata w 1691r.

W 1692 i 93 pracuje z bratem nad *caustic curves*. Jednak ze względu na łączącą ich wrogość nie publikują razem prac.

W 1694 roku zajmował się badaniem funkcji $y = x^x$ metodą całkowania przez części.

Opracował twierdzenia dla funkcji trygonometrycznych i hiperbolicznych.

Groningen

W 1695 roku dostał katedrę matematyki w Groningen połączoną z możliwością praktykowania medycyny.

Został tam oskarżony o negację zmartwychwstania ciała oparte na swojej medycznej opinii.

W 1702 roku został oskarżony o przeciwstawianie się kalwińskiej wierze.

Powrót do Bazylei

Przez okres pracy w Holandii ciągle rywalizował z bratem. Poddaje pod dysputę problem brachystochrony.

W 1705 roku wraca do swojej rodzinnej miejscowości i obejmuje katedrę matematyki.

W 1713 roku uczestniczył po stronie Leibniza oraz Descartes'a w sporze z Newtonem.

Współpraca z synem

Pracował w mechanice nad energia kinetyczna. Opublikował *Hydraulica*, która to książka była kradzieżą pracy jego syna o tytule *Hydrodynamica*.

Na jego grobie wyryto napis „Archimedes swego wieku” w uznaniu jego zasług.

Daniel Bernoulli (1700-1782)

Urodził się 6 lutego 1700 roku w Groningen w Holandii.

Był synem Jana Bernoulliego i bratankiem Jakuba Bernoulliego.

Na prośbę ojca uczył się zawodu kupieckiego.

W 1721 roku otrzymał dyplom w zakresie medycyny na Uniwersytecie w Bazylei.

W 1723 roku udał się do Wenecji aby zacząć praktykować zdobytą wiedzę.



Daniel Bernoulli (1700-1782)

W 1724 roku wydał swoją pierwszą pracę matematyczną *Exercitationes*.

W latach 1725-1733 wykładał matematykę w Akademii Nauk w Petersburgu.

W 1733r. został profesorem anatomii i botaniki w Bazylei.

W 1738r. wydał swoje największe dzieło *Hydrodynamika* oraz był autorem *Specimen theoriae novae de mensura sortis* (*Ekspozycja nowej teorii na temat pomiaru ryzyka*).



Daniel Bernoulli (1700-1782)

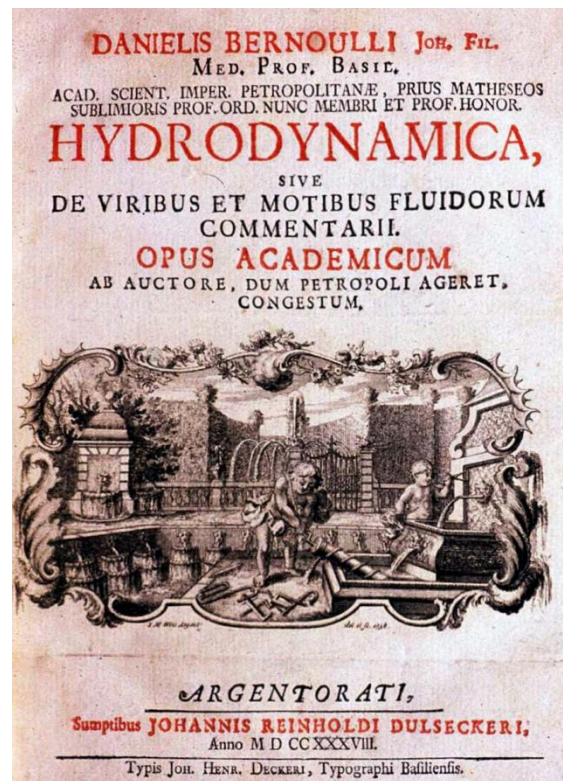
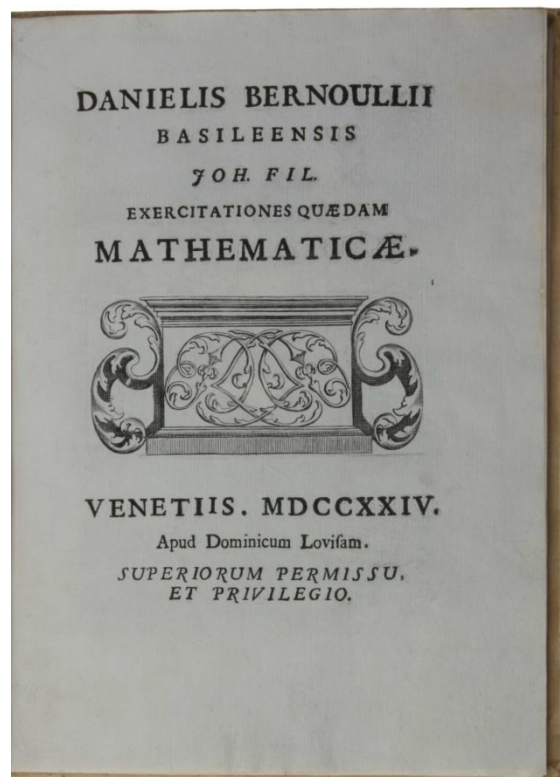
W 1750r. objął katedrę fizyki
w Bazylei.

W maju 1750 roku został wybrany
członkiem Towarzystwa
Królewskiego w Londynie.

Zmarł 17 marca 1782 roku
w Bazylei.



Publikacje



Badania naukowe

Daniel Bernoulli zajmował się:

- rachunkiem prawdopodobieństwa,
- równaniami różniczkowymi,
- mechaniką statystyczną,
- medycyną.

Osiągnięcia

Podał równanie ruchu stacjonarnego cieczy idealnej zwane równaniem Bernoulliego.

Zauważył, że szybko poruszającego się płynu wzrasta, to jego ciśnienie maleje.

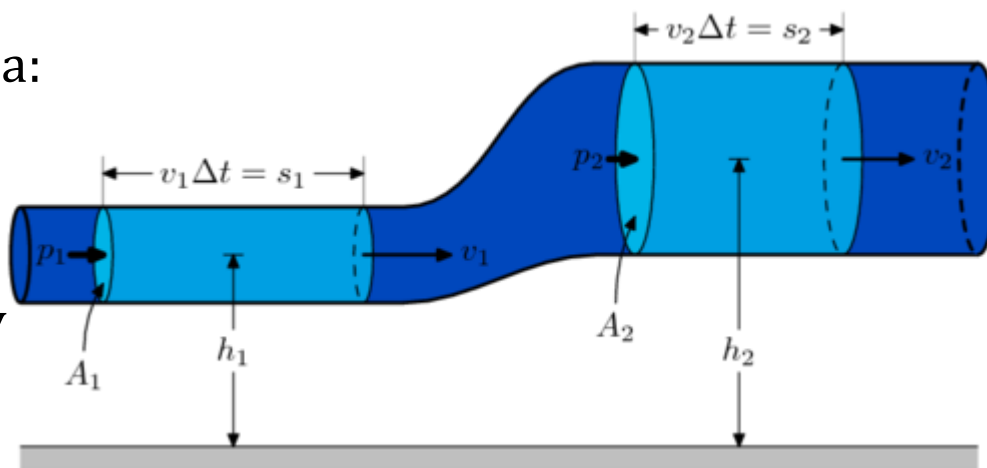
Znalazł rozwiązanie paradoksu Petersburskiego.

Równanie Bernoulliego

Szczególna postać równania:

Założenia:

- ciecz jest nieściśliwa,
- ciecz nie jest lepka,
- przepływ jest stacjonarny i bezwirowy.



Przy powyższych założeniach równanie przyjmuje postać:

$$e_m = \frac{v^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} = \text{const}$$

Gdzie:

e_m - energia jednostki masy płynu,

ρ - gęstość płynu,

v - prędkość płynu w rozpatrywanym miejscu,

h - wysokość w układzie odniesienia, w którym liczona jest energia potencjalna,

g - przyspieszenie grawitacyjne,

p - ciśnienie płynu w rozpatrywanym miejscu.

Nicolaus Bernoulli (1687-1759)

Urodzony 21 października 1687 w Bazylei.

Bratanek Jakuba i Johanna Bernoullich.

W 1704 ukończył studia na Uniwersytecie Bazylejskim, a pięć lat później uzyskał tam doktorat za pracę z dziedziny teorii prawdopodobieństwa.

W 1716 objął katedrę fizyki na uniwersytecie w Padwie. Zajmował się tam m.in. równaniami różniczkowymi i geometrią.

W 1722 wrócił do Szwajcarii, gdzie na swoim macierzystym uniwersytecie objął katedrę logiki.

Nicolaus Bernoulli (1687-1759)

Największe osiągnięcia Mikołaja Bernoulliego zawarte są w jego korespondencji, zwłaszcza z francuskim matematykiem Piotrem de Montmort.

W listach tych jako pierwszy opisał problem tzw. paradoksu petersburskiego.

Mikołaj Bernoulli utrzymywał też kontakty z Godfrydem Leibnizem i Leonardem Eulerem.

Zmarł 29 listopada 1759 w Bazylei.

Nicolaus II Bernoulli



Nicolaus II Bernoulli urodził się 6 lutego 1695 w Bazylei.

Zmarł 31 lipca 1726 w Petersburgu.

Podobnie jak jego ojciec, Johann i jeden z jego braci, Daniel, był matematykiem szwajcarskim.

Z tym ostatnim dyskutował nad paradoksem petersburskim.

Mikołaj II Bernoulli zajmował się głównie zagadnieniami prawdopodobieństwa, krzywych i równań różniczkowych. Wniósł wkład w rozwój dynamiki płynów.

Paradoks petersburski

Paradoks petersburski, inaczej gra petersburska, to pojęcie używane w teorii decyzji i rachunku prawdopodobieństwa opisujące grę losową, która mimo posiadania nieskończonej wartości oczekiwanej posiada jednocześnie ograniczoną wartość pieniężną dla większości ludzi.

Problem został po raz pierwszy sformułowany przez Daniela Bernoulliego w 1738 roku, który jednocześnie zaproponował jego wyjaśnienie przy pomocy funkcji użyteczności. Mimo nazwy, nie jest to paradoks w ścisłym sensie tego słowa, ale raczej ilustracja tego, że ludzie zazwyczaj w warunkach niepewności nie podejmują decyzji kierując się kryterium maksymalizacji pieniężnej wartości oczekiwanej.

Problem ten położył podwaliny pod współczesną teorię oczekiwanej użyteczności.

Johann II Bernoulli (1710-1790)



W wieku 14 lat uzyskał stopień magistra filozofii. Wraz z Johanem stopień magistra otrzymał o 3 lata starszy Euler.

Po śmierci ojca przejął katedrę matematyki którą kierował przez 42 lata.

Johann II był członkiem Berlińskiej i Paryskiej Akademii Nauk. Akademia Paryska czterokrotnie przyznawała mu nagrody między innymi za prace o rozchodzeniu światła i o magnetyzmie.

Johann III Bernoulli (1710-1790)



Podobnie jak ojciec w wieku 14 lat uzyskał stopień magistra filozofii.

Tradycyjnie dla rodu Bernoullich miał wykształcenie prawnicze i matematyczne.

Od 1767 został dyrektorem Akademii Berlińskiej. Johann dużo jeździł po Europie był także w Warszawie.

Napisał liczne prace z matematyki, astronomii, geografii i ekonomii. Przetłumaczył na język francuski Algebrę Eulera.

Był członkiem Sztokholmskiej i Petersburskiej Akademii Nauk

Jakub II Bernoulli (1759-1789)

Na uniwersytecie studiował prawo, a u ojca i wuja Daniela matematykę.

Po studiach stawał do konkursów na różne katedry, ale bezskutecznie dlatego opuścił Bazyleę i udał się do Włoch.

Został członkiem Turyńskiej Akademii.

Publikował swoje rezultaty między innymi w rozprawach Berlińskiej Akademii Nauk.

Od 1787 był członkiem Petersburskiej Akademii Nauk.

Brał udział w przeróżnych ekspedycjach i był członkiem rozmaitych komisji. Pełnił funkcję astronoma w rosyjskiej flocie wojennej.

Bibliografia

http://pl.wikipedia.org/wiki/Jakob_Bernoulli

http://en.wikipedia.org/wiki/Daniel_Bernoulli

<http://www.bernoulli.se/pages/11?lang=eng>

http://pl.wikipedia.org/wiki/R%C3%B3wnanie_Bernoulliego

<http://www.awans.net/strony/matematyka>

<http://www.math.edu.pl/schemat-bernoulliego>

<http://www.swiatmatematyki.pl/index.php?p=189>

<http://www.matematycy.interklasa.pl/biografie>