

# Leonhard Euler



# Leonhard Euler

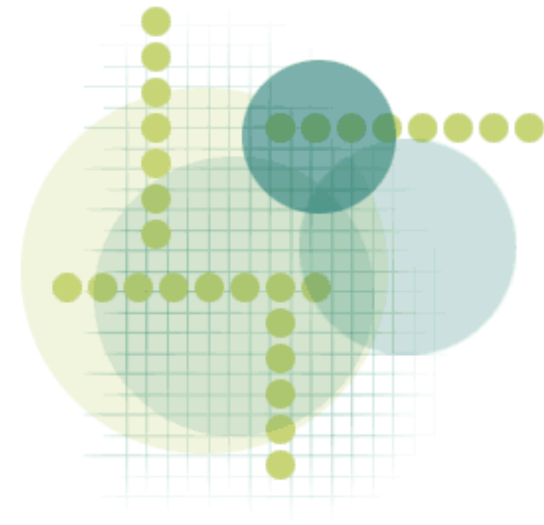


- ur. 15 kwietnia 1707 w Bazylei
- zm. 18 września 1783 w Petersburgu
- uważany za jednego z najbardziej produktywnych matematyków w historii



# Dzieciństwo i młodość

- przeprowadzka do Riehen
- studia na Uniwersytecie Bazylejskim
- prywatne lekcje u Johanna Bernoulliego
- stopień magistra filozofii
- studia nad teologią, greką i językiem hebrajskim



# Pobyty w Petersburgu

- przybycie do stolicy Rosji 17 maja 1727
- stanowisko na wydziale matematycznym Petersburskiej Akademii Nauk
- objęcie wydziału po rezygnacji Daniela Bernoulliego
- wyjazd z Petersburga 19 czerwca 1741



# Praca w Berlinie

- akceptacja złożonej przez króla Fryderyka II Hohenzollerna propozycji przeniesienia się do Berlina
- objęcia stanowiska w Pruskiej Akademii Nauk
- prywatne lekcje dla księżniczki Anhalt-Dessau, siostrzenicy Fryderyka
- Opuszczenie Berlina z powodu osobistego konfliktu Eulera z Fryderykiem



# Ostatni etap życia

- powrót do Akademii w Petersburgu
- pożar domu
- śmierć w wyniku wylewu krwi do mózgu
- pochówek w ławrze Aleksandra Newskiego





Szwajcarski banknot 10-frankowy, na cześć Eulera, najznakomitszego szwajcarskiego matematyka w historii





Znaczek byłego Związku Radzieckiego wydany w 1957 r. dla uczczenia 250. rocznicy urodzin Eulera. Tekst mówi: 250 lat od urodzenia wielkiego matematyka i akademika, Leonarda Eulera.



# Dziedziny którymi zajmował się Euler

- Analiza matematyczna
- Teoria liczb
- Teoria grafów
- Matematyka stosowana
- Fizyka – Mechanika, Optyka
- Astronomia



# Wkład do notacji

- Pojęcie funkcji i zapis  $f(x)$
- Oznaczenie funkcji  $\cos(x)$ ,  $\sin(x)$
- Zastosowanie  $\Sigma$  jako oznaczenia sumy
- Wprowadzenie liczby  $e$  jako podstawy ln
- Wprowadzenie litery  $i$  jako oznaczenia jednostki urojonej
- Rozpropagowanie użycia  $\pi$  jako oznaczenia liczby pi



# Problemy Eulera: Analiza Matematyczna

- Staje się centrum zainteresowań Eulera
- Funkcje wyrażone jako szeregi potęgowe:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{0!} + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} \right)$$

$$\arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$



# Problemy Eulera:

## Analiza Matematyczna

- Rozszerza definicję log dla argumentów ujemnych i zespolonych

$$\ln z = \ln |z| + i \arg z = \ln |z| + i (\phi + 2k\pi)$$

- Definiuje funkcję wykładniczą dla liczb zespolonych

$$z^w = e^{w \ln z}$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{0!} + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} \right)$$



# Problemy Eulera: Analiza Matematyczna

- Odkrywa relację między funkcją wykładniczą i funkcjami trygonometrycznymi

$$e^{i\phi} = \cos(\phi) + i \sin(\phi)$$

- Dla  $\phi = \pi$  wyrażenie to przyjmuje postać

$$e^{i\pi} - 1 = 0$$

Richard Feynman:

"the most remarkable formula in mathematics"



# Problemy Eulera: Analiza Matematyczna

- Wprowadza funkcję gamma rozszerzającą pojęcie silni na  $\mathbb{R}$  i  $\mathbb{C}$

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$$

$$\Gamma(z+1) = z \Gamma(z)$$

$$\Gamma(0) = 0! = 1$$

- Skąd:

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$



# Problemy Eulera: Analiza Matematyczna

- Rozwiązuje Problem Bazylijski

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = ? \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \simeq 1.644934$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\frac{\sin(x)}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \dots$$



# Problemy Eulera: Analiza Matematyczna

- Rozwiązuje Problem Bazylijski

$$\frac{\sin(x)}{x} = 0 \Leftrightarrow x = n \cdot \pi \quad n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin(x)}{x} &= \left(1 - \frac{x}{\pi}\right) \left(1 + \frac{x}{\pi}\right) \left(1 - \frac{x}{2\pi}\right) \left(1 + \frac{x}{2\pi}\right) \left(1 - \frac{x}{3\pi}\right) \left(1 + \frac{x}{3\pi}\right) \dots = \\ &= \left(1 - \frac{x^2}{\pi^2}\right) \left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right) \left(1 - \frac{x^2}{9\pi^2}\right) \dots \end{aligned}$$





# Problemy Eulera: Analiza Matematyczna

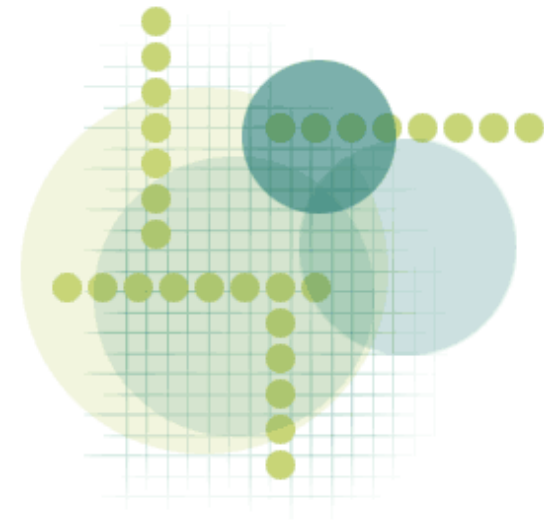
- Rozwiązuje Problem Bazylijski

$$-\left(\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4\pi^2} + \frac{1}{9\pi^2}\right) = -\frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$\frac{\sin(x)}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \dots$$

$$-\frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = -\frac{1}{6}$$

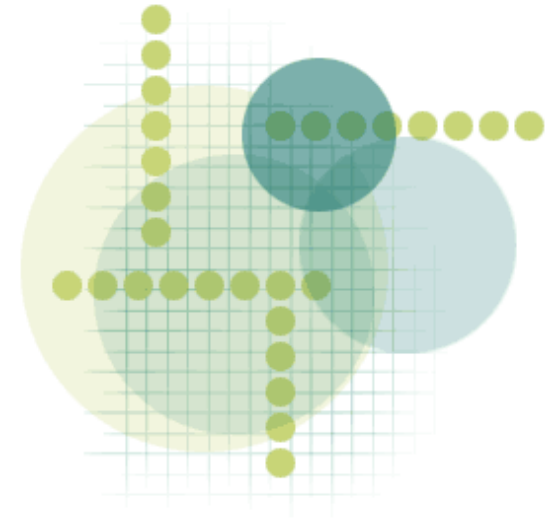
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$



# Problemy Eulera: Teoria Liczb

- Wiele pierwszych prac Eulera opiera się na dokonaniach Fermata
- Obala hipotezę, że liczby postaci  $F(n) = 2^{2^n} + 1$  są liczbami pierwszymi dla

$$F(5) = 4\,294\,967\,297 = 641 \cdot 6700417$$



# Problemy Eulera: Teoria Liczb

- Udowadnia małe twierdzenie Fermata:

Tw. Jeżeli  $p$  jest liczbą pierwszą to dla dowolnej liczby całkowitej  $a$  liczba  $a^p - a$  jest podzielna przez  $p$

- Udowadnia twierdzenie Fermata o sumie dwóch kwadratów:

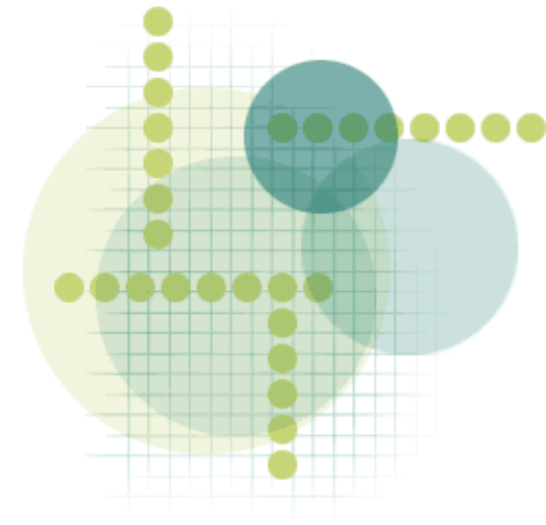
Tw. Każda liczba pierwsza dająca resztę w dzieleniu przez 4 jest sumą kwadratów dwóch liczb całkowitych

$$p = 4 \cdot k + 1$$
$$k \in \mathbb{Z}$$

$p$  – liczba pierwsza

$$p = a^2 + b^2$$

$a, b$  – liczby całkowite



# Problemy Eulera: Teoria Liczb

- Jako pierwszy odkrywa związek między teorią liczb i analizą matematyczną
- Udowadnia że suma

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_i}$$

gdzie  $p_i$  to n-ta liczba pierwsza

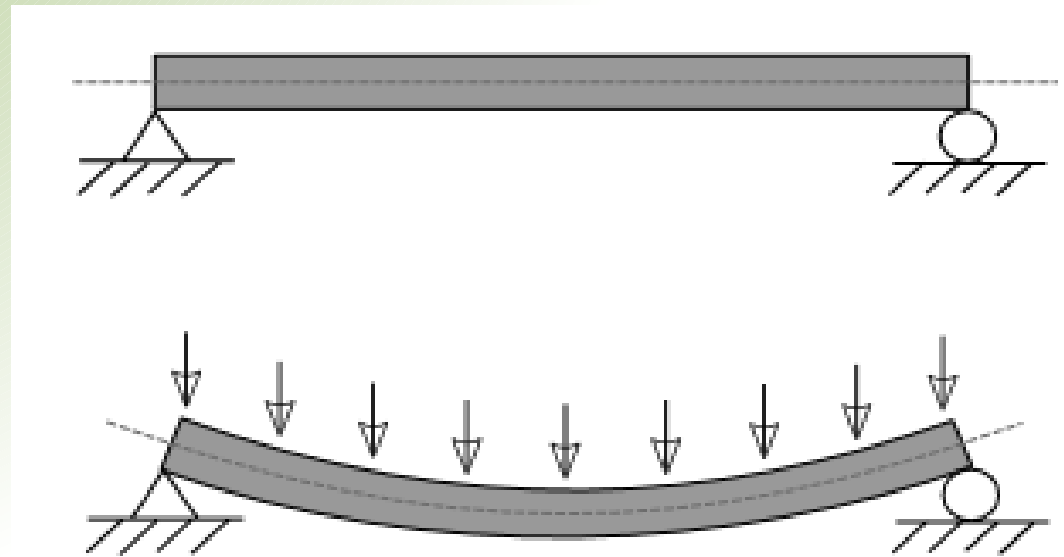
jest rozbieżna.



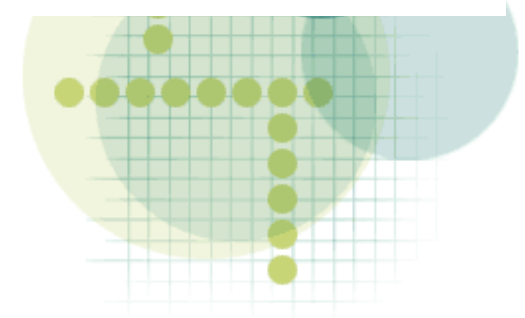
# Problemy Eulera: Mechanika

- Przyczynił się do rozwoju wytrzymałości materiałów – teorii belek

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (E(x) I(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) = q(x)$$



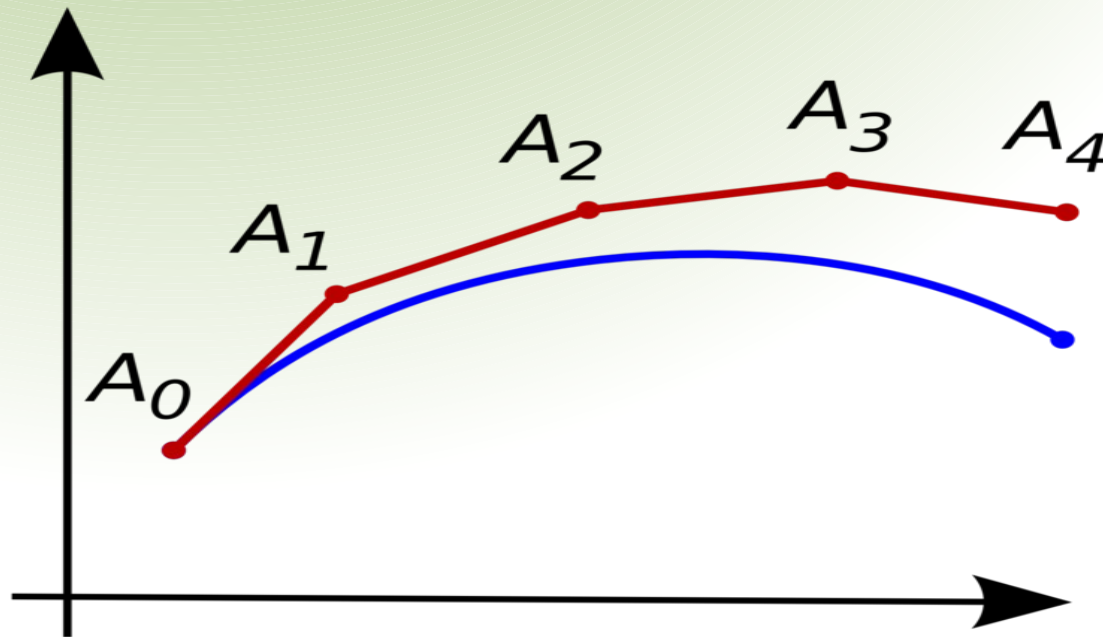
$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (E(x) I(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) = -\mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q(x)$$



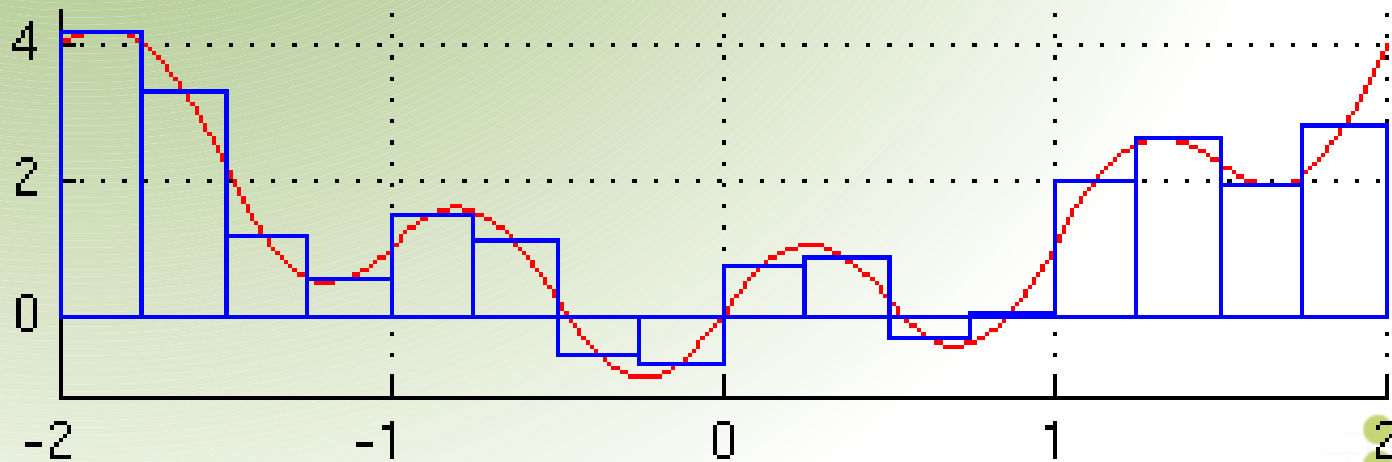
# Problemy Eulera:

## Matematyka Stosowana

- Opracował pierwszą metodę numeryczną rozwiązywania równań różniczkowych – Metodę Eulera

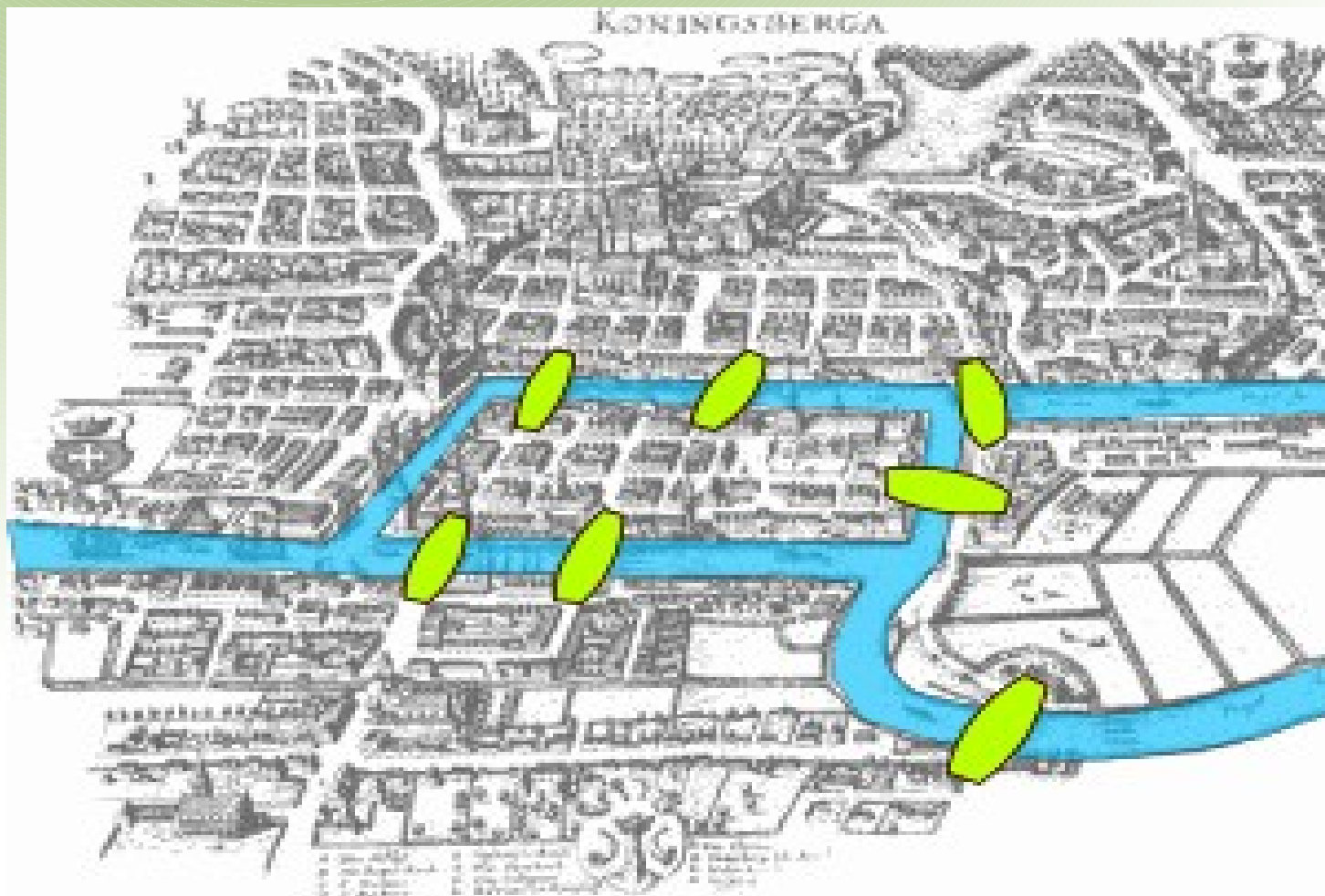


# Problemy Eulera: Matematyka Stosowana



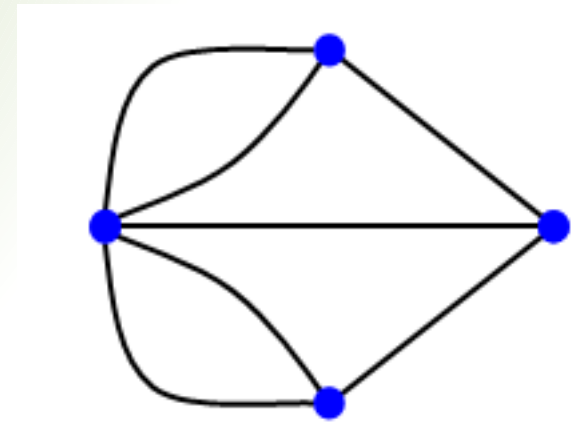
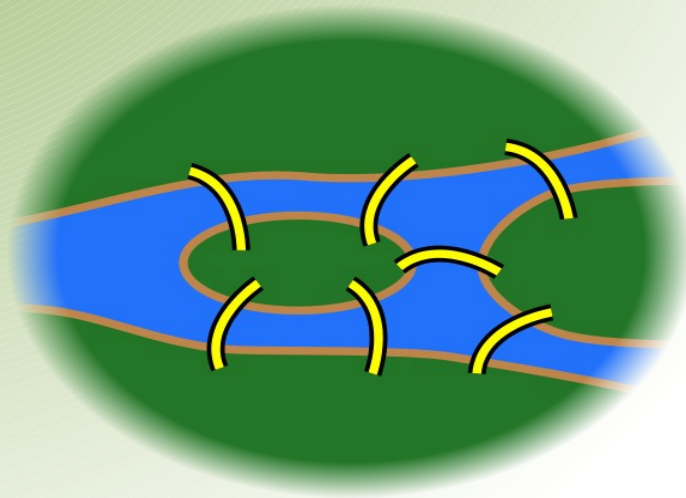
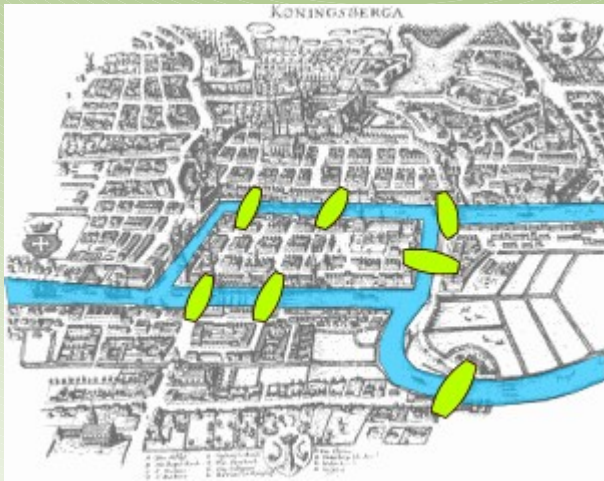
# Problemy Eulera: Teoria Grafów

- Zagadnienie mostów królewieckich





# Problemy Eulera: Teoria Grafów



# Problemy Eulera: Topologia

- Charakterystyka Eulera – niezmiennik homeomorfizmów

$$\chi = V - E + F$$

- Udowodnił, że dla wielościanów foremnych

$$\chi = 2$$

$$V + F = E + 2$$

gdzie  $V$  - wierzchołki

$E$  - krawędzie

$F$  - ściany

Cauchy i L'Huilier



# Problemy Eulera: Astronomia

- Określał orbity komet i innych ciał niebieskich
- Wyliczył paralaksę słońca
- Jego obliczenia przyczyniły się do zw. dokładności tabel długości geograficznej



Dziękujemy za uwagę!

