

Wydział MiNI PW
Geometria różniczkowa
Zestaw zadań nr 3

26 października 2014

1. Wykazać, że krzywą płaską o zadanej krzywiznie $\kappa(s)$ można zadać wzorem

$$\gamma(s) = \left(\int_0^s \cos \theta(u) du, \int_0^s \sin \theta(u) du \right),$$

gdzie $\theta(u) = \int_0^u \kappa(t) dt$.

2. Znajdź krzywe płaskie o parametryzacji łukowej $\gamma(s)$ spełniające warunki

(a) $\gamma(0) = (0, 0)$ i $\kappa(s) = 2s$,

(b) $\gamma(0) = (0, 0)$ i $\kappa(s) = \frac{1}{1+s^2}$,

(c) $\gamma(0) = (3, -2)$ i $\kappa(s) = \frac{1}{s}$.

3. Niech $\beta(t) = \int_0^t \mathbf{b}_\alpha(u) du$, gdzie \mathbf{b}_α jest polem binormalnym krzywej α o parametryzacji łukowej. Wykazać, że

(a) $\kappa_\beta = \tau_\alpha$,

(b) $\kappa_\alpha = \tau_\beta$,

(c) $\mathbf{t}_\beta = \mathbf{b}_\alpha$,

(d) $\mathbf{n}_\beta = -\mathbf{n}_\alpha$,

(e) $\mathbf{b}_\beta = \mathbf{t}_\alpha$.