

Matematyka Dyskretna  
Zestaw zadań nr 10.

1. Pokazać, że dla dowolnego grafu  $G = (V, E)$  zachodzi

$$\chi_e(G) \geq \frac{|E|}{\lceil \frac{1}{2}|V| \rceil},$$

gdzie  $\lceil x \rceil$  oznacz część całkowitą liczby  $x$ .

2. Niech  $G$  będzie grafem, w którym każdy wierzchołek z wyjątkiem jednego ma stopień  $d$ . Pokazać, że jeżeli można pokolorować krawędzie grafu  $G$  za pomocą  $d$  kolorów, to
- (a)  $G$  ma nieparzystą liczbę wierzchołków,
  - (b)  $G$  ma wierzchołek stopnia zero.
3. Niech  $G$  będzie grafem spójnym, w którym każdy wierzchołek ma stopień  $d$ . Załóżmy ponadto, że  $G$  ma wierzchołek, którego usunięcie rozspójnia  $G$ . Pokazać, że  $\chi_e(G) = d + 1$ .
4. Niech  $G$  będzie grafem hamiltonowskim, w którym każdy wierzchołek ma stopień 3. Pokazać, że  $\chi_e(G) = 3$
5. Pokazać, że graf  $G = (V, E)$  jest dwudzielny wtedy i tylko wtedy, gdy  $\chi(G) \leq 2$ .
6. Wyznaczyć tabelkę działania ciał  $GF(4)$ ,  $Z_5$ . Na tej podstawie wyznaczyć 3 wzajemnie ortogonalnych kwadratów łacińskich  $4 \times 4$ , 4 wzajemnie ortogonalne kwadraty łacińskie  $5 \times 5$ .
7. Wyznaczyć  $\chi_e(G)$  i  $\chi(G)$  dla poniższych grafów: