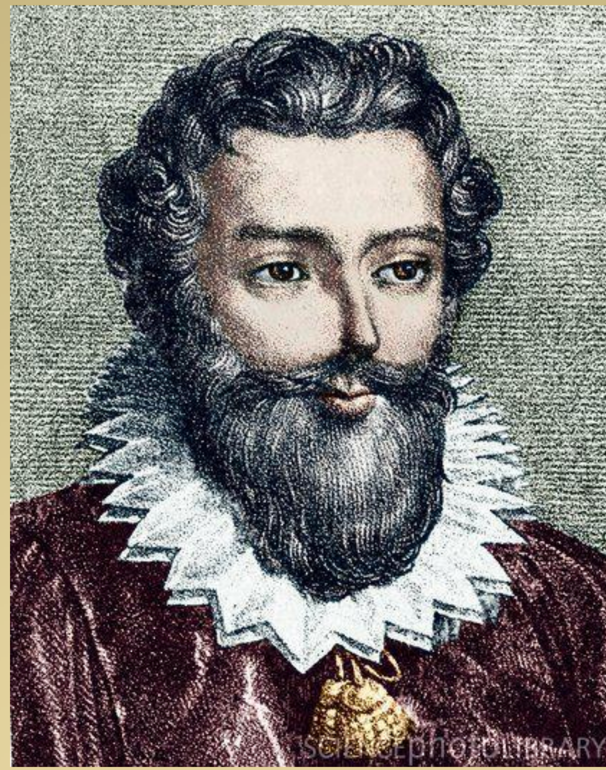
François Viète

„Ojciec współczesnej algebry"

Krótki kurs historii matematyki;
Rok akademicki 2011/2012,
semestr zimowy, grupa X4;

Przygotowały:
Krasuska Sylwia, Kruk Monika,
Kwiatkowska Sylwia, Zawada Małgorzata.



(1540 - 1603)

Życiorys

Francois Viete urodził się w 1540 roku w Fontenay-le-Comte, prowincji Poitou, zmarł w roku 1603 w Paryżu.

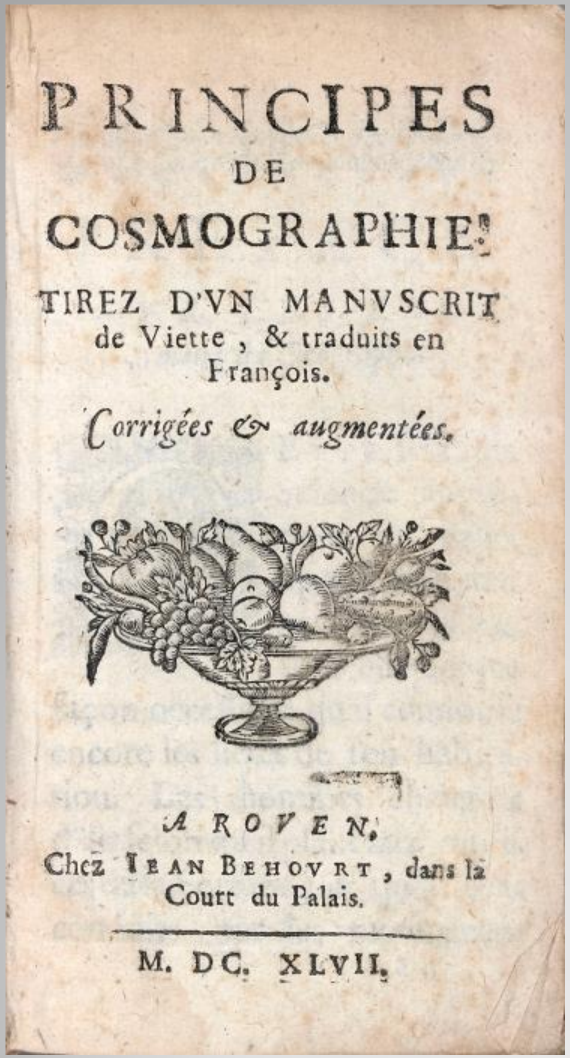
Miejsce urodzenia Francois Viete'a

Był on synem prawnika Étienne Viète’a i Marguerite Dupont. Uczęszczał do szkoły w Fontenay-le-Comte, a następnie przeniósł się do Poitiers, około 80 km na wschód od rodzinnego miasta, gdzie kształcił się na uniwersytecie. Ze względu na zawód ojca, nikogo nie zaskoczyło, że Viète studiował prawo.

Po ukończeniu tego kierunku początkowo był adwokatem, po wstąpieniu na tron Henryka IV został w 1589 roku radcą Parlamentu w Tours, a później pierwszym radcą królewskim.

Zainteresowawszy się astronomią, Viete zmuszony był zająć się trygonometrią i algebrą. Wprawdzie do czasów Viete'a w dziedzinie algebry nastąpił już pewien rozwój symboliki oraz znane były rozwiązania równań trzeciego i czwartego stopnia przez pierwiastkowanie, lecz dopiero on swoimi pracami dał podstawy ogólnej nauce o równaniach algebraicznych, zyskując tym miano ojca współczesnej algebry.

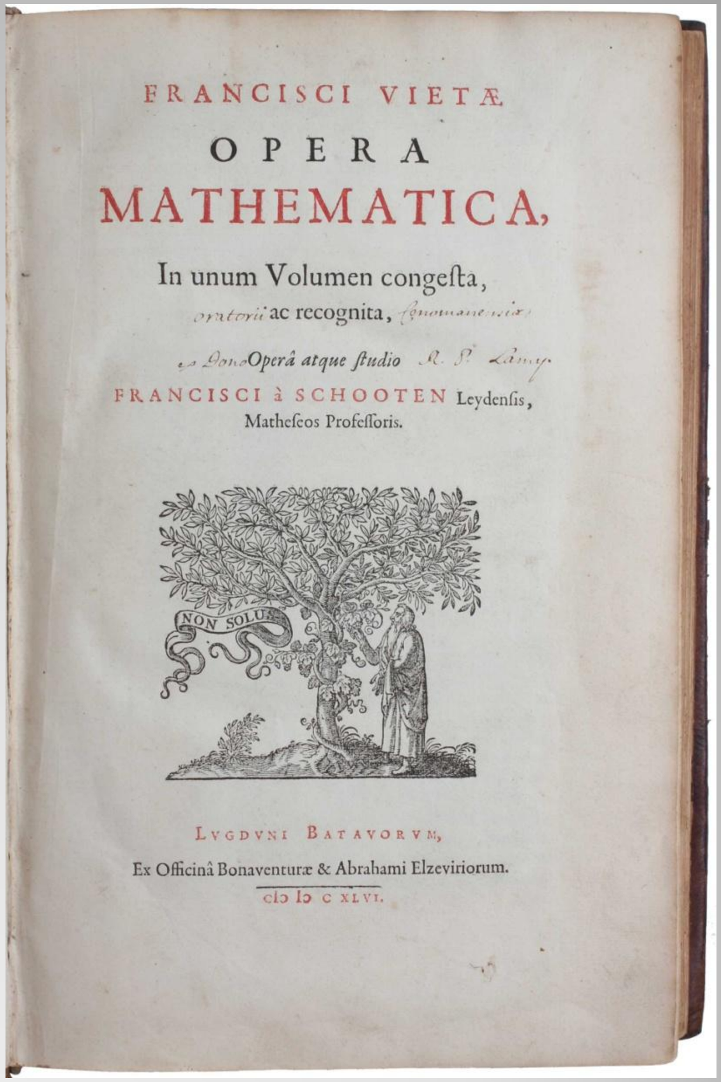
Prace naukowe



Pierwszą pracą naukową Viete'a był jego zbiór wykładów z Catherine z Parthenay, z których przetrwał tylko *Principes des cosmographie.* W pracy tej zawarł pojęcie kuli, elementy geografii i astronomii. Wszystkie swoje osiągnięcia Viete zawarł w napisanej w 1591 roku pracy *Isagoge in artem analiticam.*

Drugie jego dzieło *Effecitionum geometricarum canonica recensio* jest natomiast podstawą dziedziny matematyki, zwanej dziś geometrią analityczną. Viete wydawał na swój koszt bardzo wiele prac świadczących o jego wielostronnych zainteresowaniach i rozsyłał je do uczelni prawie wszystkich krajów europejskich. Prace te jednak pisane były bardzo trudnym językiem i dlatego nie rozpowszechniły się w takim stopniu, jak na to zasługiwały.

W przeszło 40 lat po śmierci Francois Viete'a dzieła jego zostały wydane pod wspólnym tytułem *Opera Mathematica*.



Osiągnięcia

Jako pierwszy wprowadził literowe oznaczenia nie tylko dla wielkości niewiadomych (co niekiedy stosowano wcześniej), ale i dla wielkości danych, to jest dla współczynników. W ten sposób dopiero dzięki niemu otworzyła się możliwość wyrażania własności równań i ich pierwiastków ogólnymi wzorami.

Viete podał ogólne metody rozwiązywania równań drugiego, trzeciego i czwartego stopnia, ujednolicając tym samym metody podane wcześniej przez Ferro i Ferrariego, oraz wprowadził znane każdemu uczniowi wzory na sumę i iloczyn pierwiastków równania kwadratowego (wzory Viete'a).

Opracował jedną z pierwszych metod wyznaczania miejsc zerowych funkcji określonej wzorem:

$$f(x) = N - x^2 \quad przy\, n > 0$$

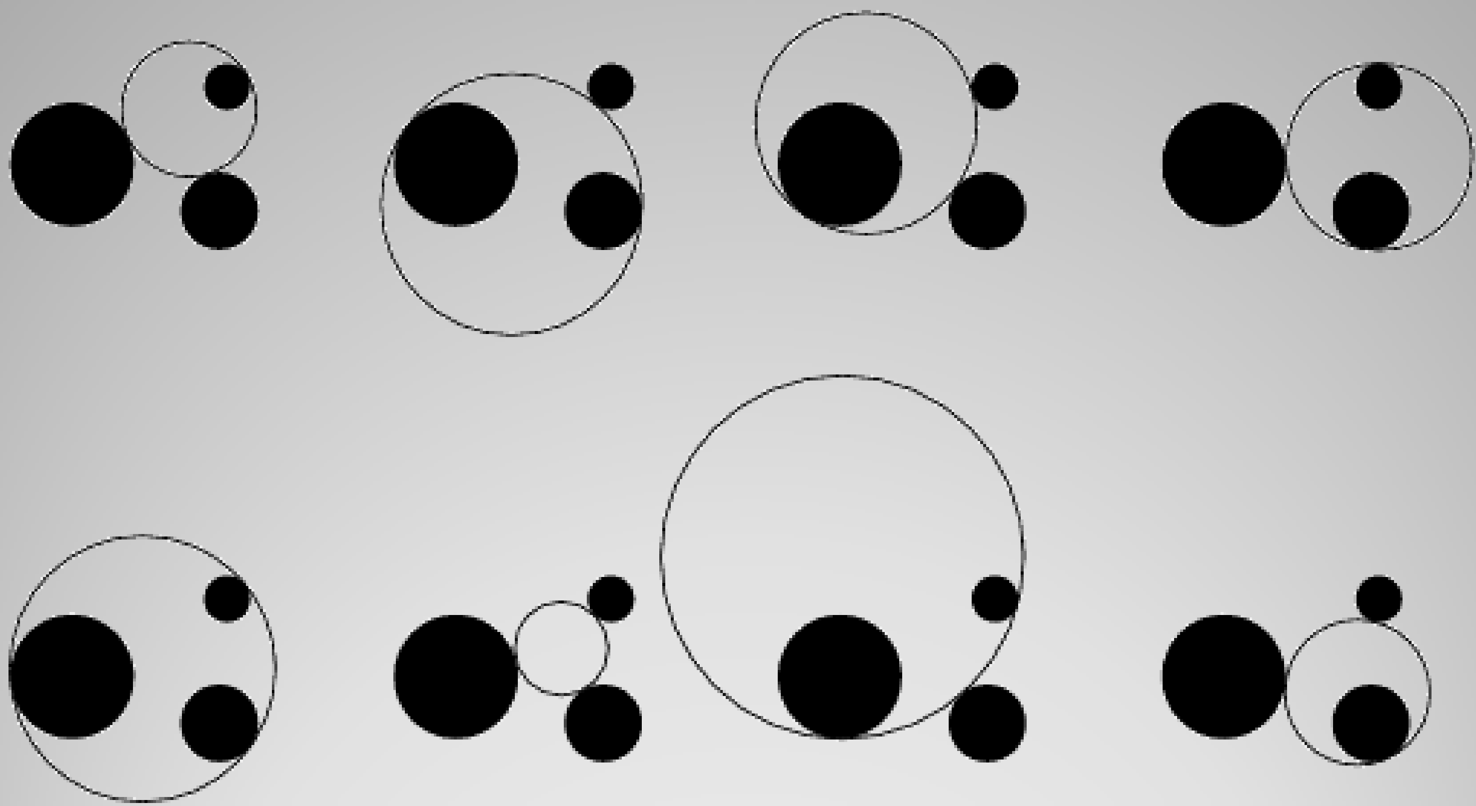
tzw. metoda wyznaczania pierwiastka kwadratowego liczby N

Umiejętność rozwiązywania zagadnień algebry za pomocą pojęć geometrii i trygonometrii pozwoliła mu rozwiązać wskazane przez matematyka belgijskiego A. van Roomena równania 45 stopnia z liczbowymi współczynnikami:

$$x^{45} - 45x^{43} + 945x^{41} - 12300x^{39} + \ldots - 3795x^{3} + 45x = A$$

Znalazł 23 pierwiastki tego równania.

W zakresie geometrii rozwinął zagadnienie okręgu Apoloniusza, znalazł rozwiązanie korzystając z ograniczania możliwości: każdy z trzech okręgów może być zmniejszony do 0 stopni (punktu) lub powiększony do nieskończonej ilości stopni (prostej), krótko mówiąc, za pomocą cyrkla i linijki skonstruował okrąg styczny do trzech danych okręgów.



Przykładowe rozwiązania problemu Apoloniusza.

Obliczył wartość liczby π z dokładnością do 18 cyfr dziesiętnych, przybliżając okrąg ciągiem wielokątów o zwiększającej się liczbie boków. Poprawił tym wynik uzyskany wcześniej przez Archimedesa.

$$\pi = \mathbf{3{,}14159\ 26535\ 89793\ 238}$$

Obliczył tablice trygonometryczne, które konstruował posługując się umiejętnie ułamkami dziesiętnymi. Dzięki jego badaniom z trygonometrii wyodrębniła się goniometria (dział zajmujący się badaniem elementarnych własności funkcji trygonometrycznych).

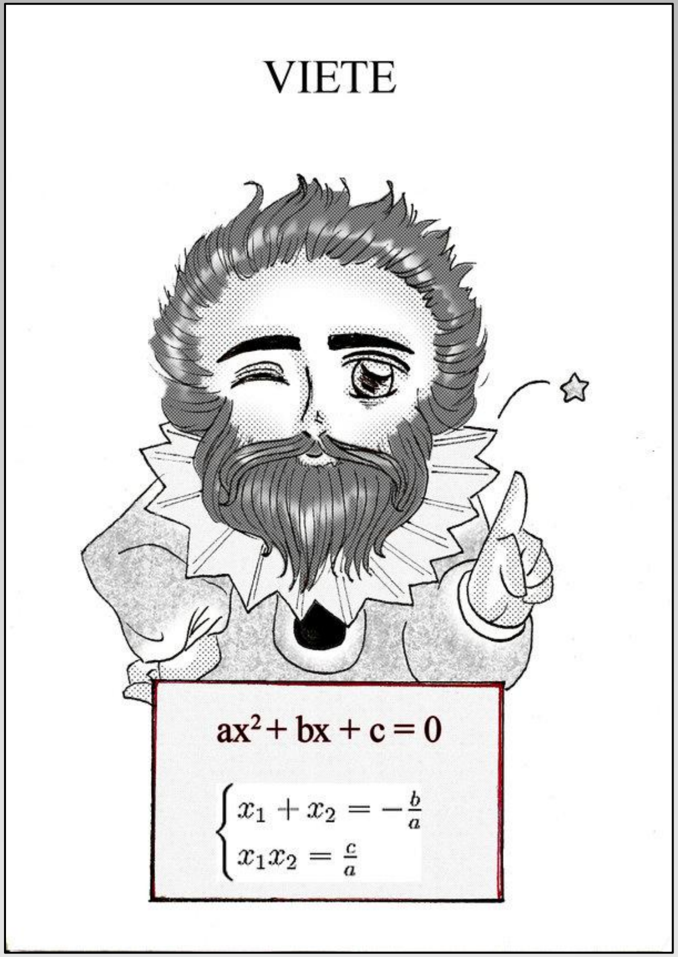
Wzory Viete'a

Jeżeli równanie kwadratowe $\mathbf{ax^2+bx+c=0}$, gdzie $a \neq 0$ ma pierwiastki x_1, x_2 to:

$$\mathbf{x_1 + x_2 = -b/a}$$

$$\mathbf{x_1 x_2 = c/a}$$

Wzory te są prawdziwe również, gdy wyróżnik trójmianu kwadratowego $\mathbf{\Delta < 0}$ przy założeniu, że interesują nas zespolone pierwiastki trójmianu.



Viete i jego wzory w interpretacji *RF-redfox* (manga)

Dowód:

1. $$\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}+\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-b-\sqrt{\Delta}-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2b}{2a}=-\frac{b}{a}$$

2. $$\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\cdot\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{(-b-\sqrt{\Delta})\cdot(-b+\sqrt{\Delta})}{4a^2}=\frac{b^2-\Delta}{4a^2}=\frac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2}=\frac{4ac}{4a^2}=\frac{c}{a}$$

Dowód wzorów dla trójmianu kwadratowego:

Niech $\boldsymbol{x_1}$, $\boldsymbol{x_2}$ będą miejscami zerowymi funkcji kwadratowej $\mathbf{ax^2 + bx + c}$. Wówczas:

$$\boldsymbol{a(x - x_1)(x - x_2) = ax^2 + bx + c}$$

$$\boldsymbol{a(x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2) = ax^2 + bx + c}$$

$$\boldsymbol{-a(x_1 + x_2)x + ax_1x_2 = bx + c}$$

Ponieważ dwa wielomiany są równe ⇔ przy odpowiednich potęgach mają równe współczynniki, mamy:

$$\begin{cases} \mathbf{-a(x_1 + x_2)=b} \\ \mathbf{ax_1x_2=c} \end{cases}$$

a stąd wzory wspomniane wcześniej.

Przypadek ogólny:

Aby udowodnić wzory Viète'a, piszemy równość:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_0 = a_n (x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_n)$$

(która jest prawdziwa, gdyż $x_1, x_2, \ldots, x_n$ są wszystkimi pierwiastkami wielomianu), dokonujemy mnożenia po prawej stronie i przyrównujemy współczynniki. Otrzymujemy:

$$\begin{cases} a_n(x_1 + \ldots + x_n) = -a_{n-1} \\ a_n(x_1 x_2 + \ldots + x_1 x_n + x_2 x_3 + \ldots + x_2 x_n + \ldots x_{n-1} x_n) = a_{n-2} \\ \ldots \\ a_n x_1 x_2 \ldots x_n = (-1)^n a_0 \end{cases}$$

Wzory Viete'a mają szerokie zastosowanie przy rozwiązywaniu równań i nierówności kwadratowych z parametrem.

Zależności między znakami pierwiastków:

Znak iloczynu	Znaki pierwiastków
$x_1x_2 > 0$	Pierwiastki są tych samych znaków, oba dodatnie gdy $x_1 + x_2 > 0$ i ujemne gdy $x_1 + x_2 < 0$.
$x_1x_2 < 0$	Pierwiastki są różnych znaków.
$x_1x_2 \geqslant 0$	Pierwiastki są tego samego znaku lub zerowe; nieujemne gdy $x_1 + x_2 \geqslant 0$ i niedodatnie gdy $x_1 + x_2 \leqslant 0$.
$x_1x_2 \leqslant 0$	Jeden pierwiastek jest niedodatni, a drugi nieujemny

Przykład:

Dla jakich wartości parametru m równanie $\mathbf{x^2-mx+\frac{1}{4}m(m-1)=0}$ ma dwa różne rzeczywiste pierwiastki dodatnie?

Rozwiązanie:

Założenia:

1. $\Delta > 0$

2. $x_1 \cdot x_2 > 0$

3. $x_1 + x_2 > 0$

Założenie 1:

$\Delta>0$

$(-m)^2-4\cdot 1\cdot [\frac{1}{4}m(m-1)]>0$

$m^2-m(m-1)>0$

$m^2-m^2+m>0$

$m\in(0,+\infty)$

Założenie 2:

$x_1 \cdot x_2 > 0$

$c/a > 0$

$\frac{1}{4}m(m-1) > 0$

$m_1 = 0 \qquad m_2 = 1$

$m \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

Założenie 3:

$x_1+x_2>0$

$-b/a>0$

$m>0$

$m\in(0,+\infty)$

Rozwiązanie:

skoro:

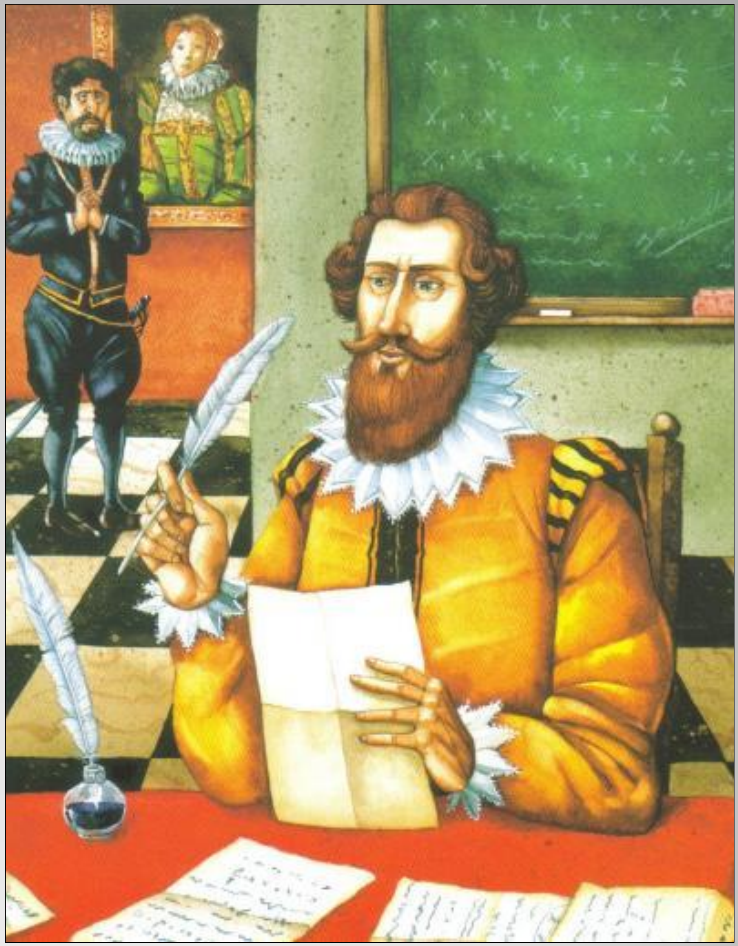
1. $m \in (0,+\infty)$
2. $m \in (-\infty,0) \cup (1,+\infty)$
3. $m \in (0,+\infty)$

więc:

$m \in (1,+\infty)$

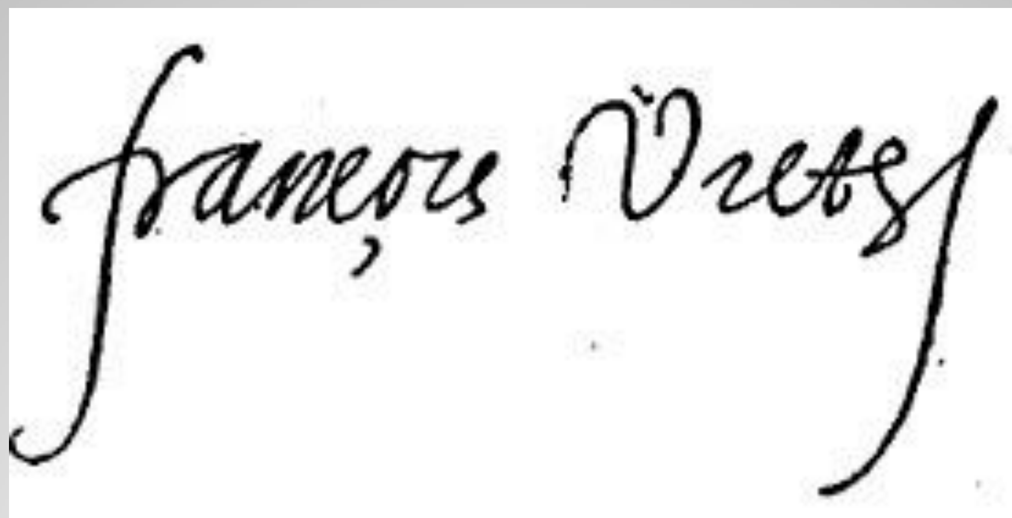
Ciekawostki

Jako młody oficer królewski oddał Francji niezwykłą przysługę. W czasie trwającej wojny domowej (tzw. wojny trzech Henryków) i interwencji hiszpańskiej udało mu się na drodze matematycznej dedukcji znaleźć klucz do szyfru, którym posługiwał się król Hiszpanii Filip II.



Dzięki temu udostępnił Francuzom wszystkie ściśle tajne wiadomości króla hiszpańskiego. Szyfr ten składał się z ponad 500 symboli. Filip II był pewien, że nikt nie potrafi go rozwiązać. Dlatego też gdy odkrył, że Francuzi potrafią czytać jego listy, wniósł skargę do papieża, że użyto wobec niego czarów ☺

Podpis François Viète’a:



Viete jest również inspiracją dla internetowych żartownisiów:

Bibliografia:

- http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Viete.html
- http://pl.wikipedia.org/wiki/Problem_Apoloniusza
- http://pl.wikibooks.org/wiki/Matematyka_dla_liceum/Funkcja_kwadratowa/Wzory_Viete'a
- *Encyklopedia szkolna Matematyka WSiP*, Warszawa 1997, praca zbiorowa

KONIEC