Krótki kurs historii matematyki
Wojciech Domitrz
MiNI PW

Wykład 2

Cud grecki

Walki pasterzy z rolnikami

M.Kordos ,,Wykłady z historii matematyki”

Pasterze

- Abel
- Achajowie
- Dorowie

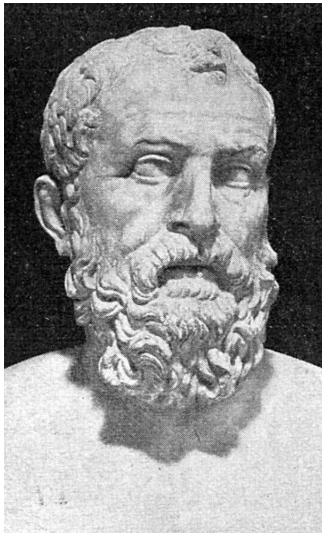
Rolnicy

- Kain
- Amazonki i Centaury
- Achajowie

Herosi doryccy

M.Kordos ,,Wykłady z historii matematyki”

- Tezeusz - zwycięzca i niszczyciel poprzedniej cywilizacji
- Drakon - prawodawca, twórca demokracji greckiej
- Solon - reformator ekonomiczny, twórca ustroju niewolniczego
- Tales - twórca koncepcji gromadzenia wiedzy i tworzenia nauki

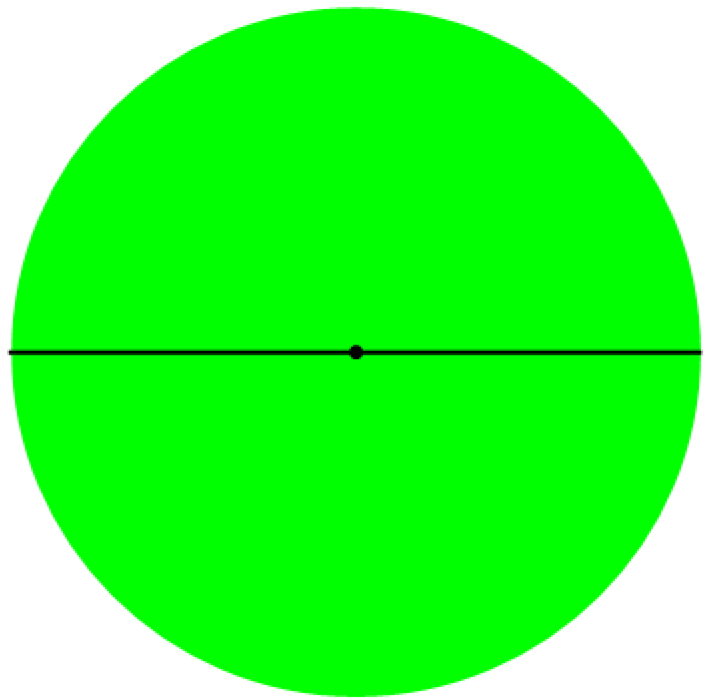


Tales z Miletu

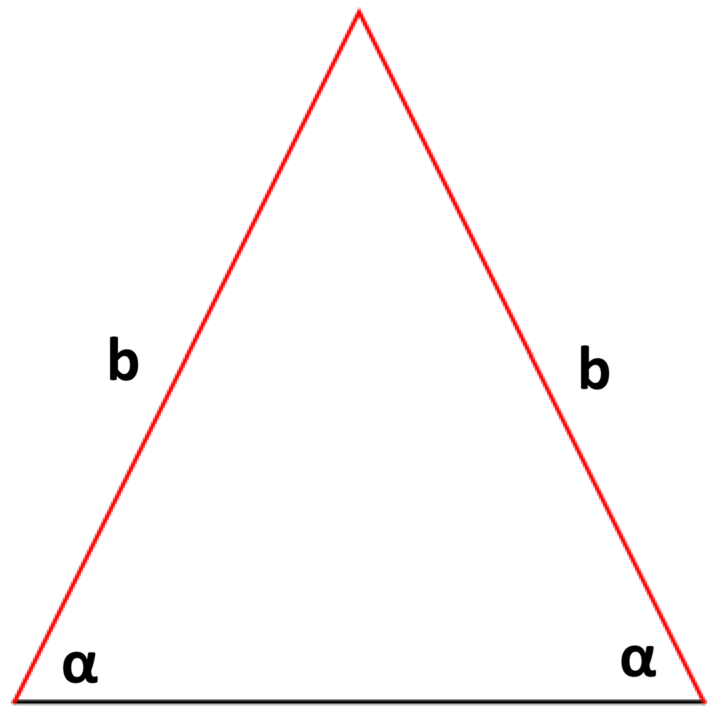
(gr. Θαλῆς ὁ Μιλήσιος *Thales ho Milesios*; VII/VI w. p.n.e.)
potomek Kadmosa z Fenicji (Herodot)

"Wszystko jest z wody, z wody powstało i z wody się składa"

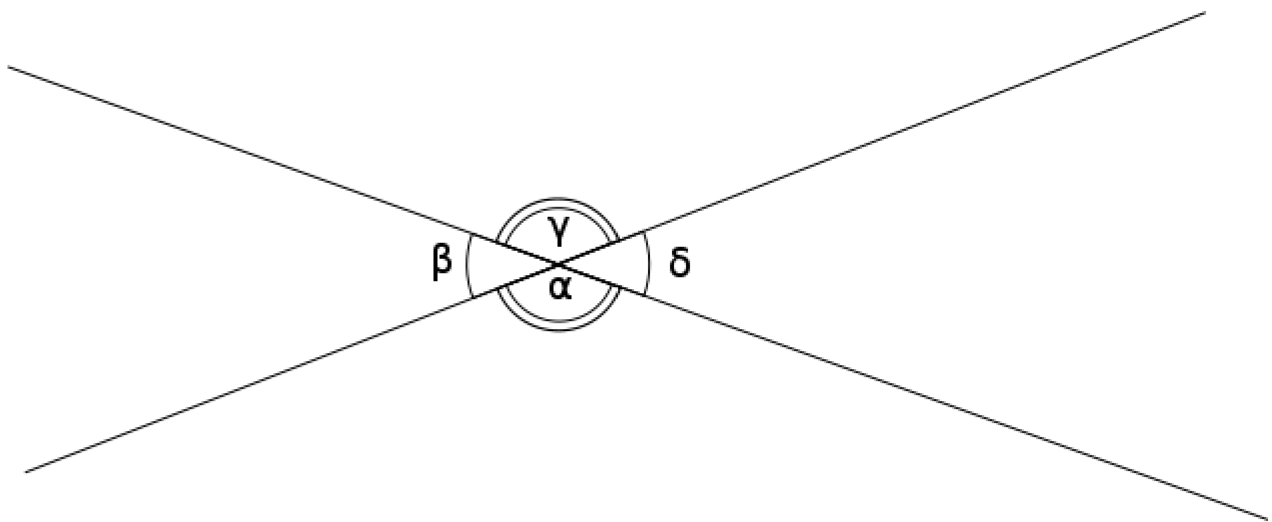
Średnica dzieli koło na połowę.



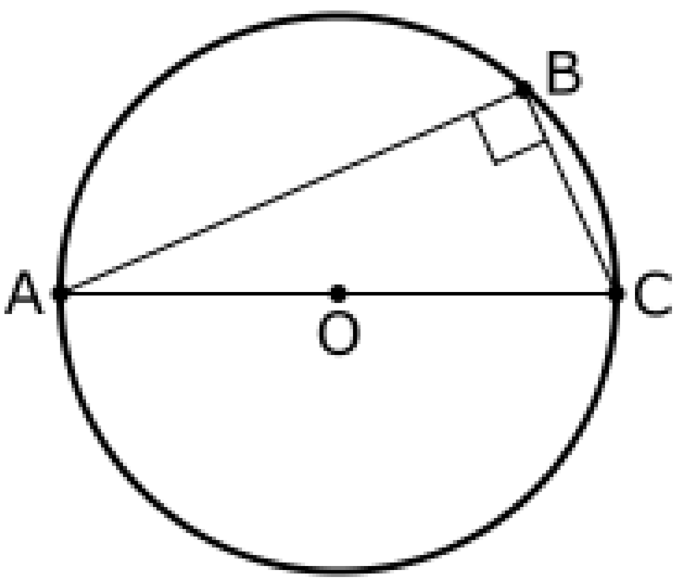
Trójkąt równoramienny

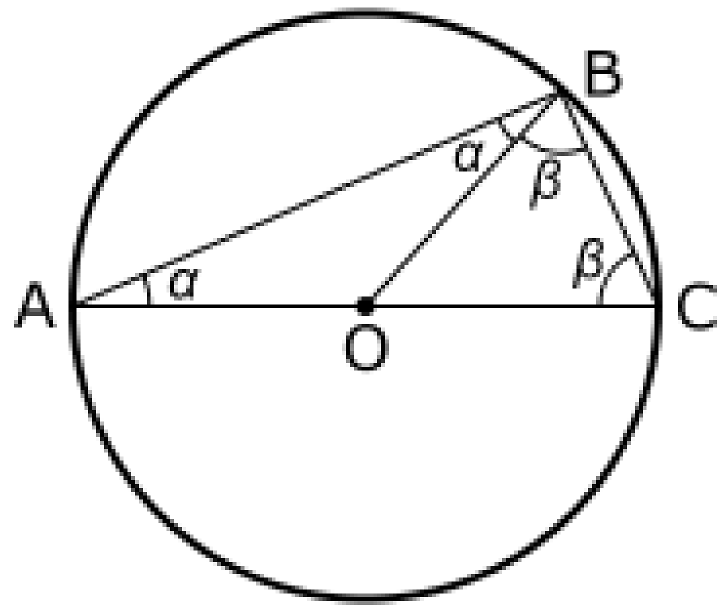


Kąty wierzchołkowe są równe.



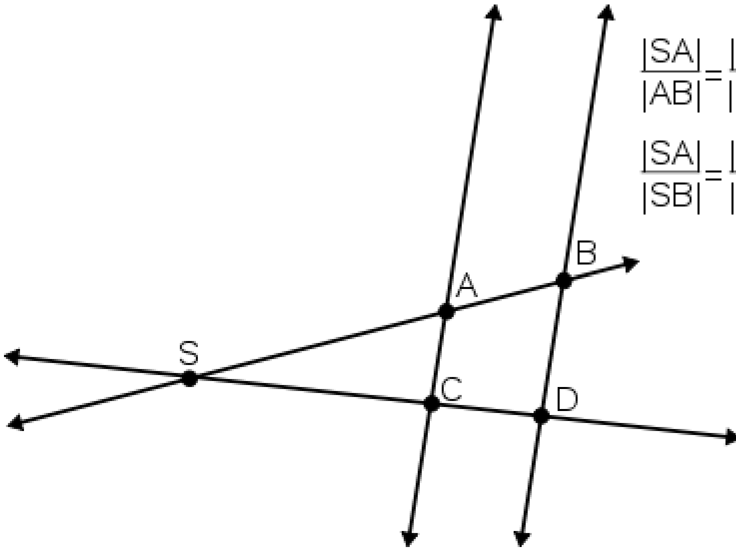
Twierdzenie Talesa o kącie wpisanym w półokrąg.





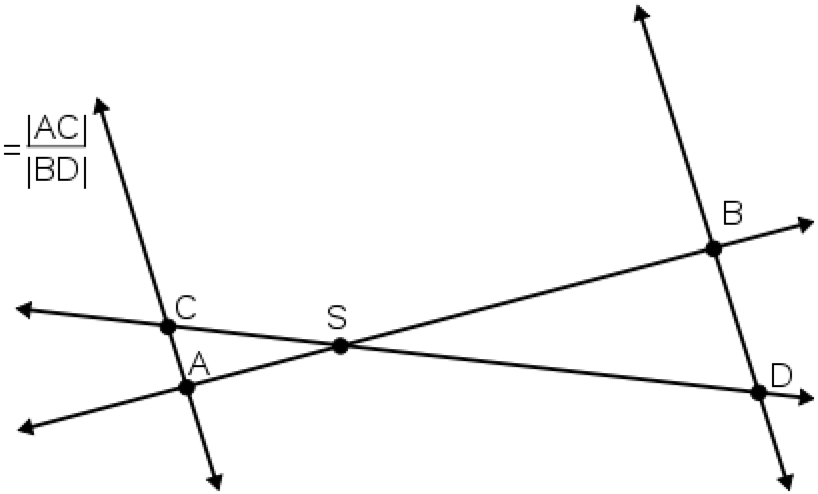
Twierdzenie Talesa.

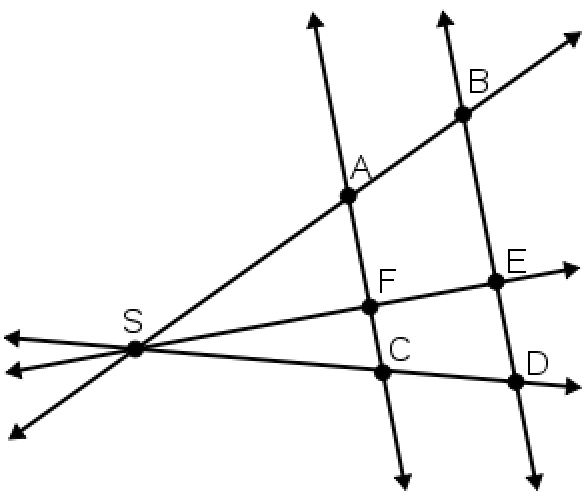
Ale bez dowodu.



$$\frac{|SA|}{|AB|}=\frac{|SC|}{|CD|}$$

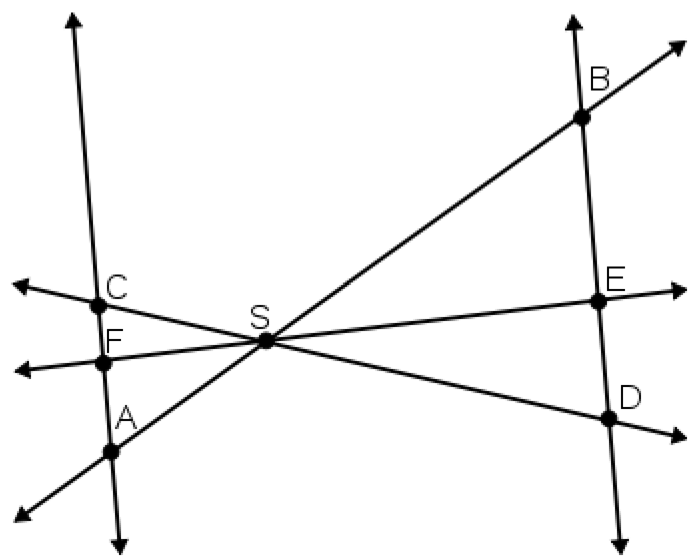
$$\frac{|SA|}{|SB|}=\frac{|SC|}{|SD|}=\frac{|AC|}{|BD|}$$





$$\frac{|AF|}{|BE|}=\frac{|FC|}{|ED|}$$

$$\frac{|AF|}{|FC|}=\frac{|BE|}{|ED|}$$



Przypisuje się Talesowi

- średnica dzieli koło na połowy (Proklos),
- w trójkącie równoramiennym dwa kąty przy podstawie są równe (Proklos),
- kąty wierzchołkowe są równe (Proklos),
- twierdzenie Talesa, którego dowodu jednak nie znał,
- wpisał trójkąt prostokątny w półkole (Diogenes Laertios),
- zmierzenie wysokości piramidy na podstawie cienia (Hieronymus)
- trójkąt jest określony, jeżeli dana jest jego podstawa i kąty przy podstawie (Proklos)
- zmierzenie odległości statku od brzegu metodami geometrycznymi (Proklos)
- przewidział zaćmienie słońca 28 V 585 p.n.e. (Herodot)
- przeprowadził armię Krezusa przez rzekę Halys w czasie wojny z Cyrusem (Herodot)
- przewidując wysokie zbiory oliwek wziął w dzierżawę wszystkie okoliczne tłocznie oliwy - dało to mu możliwość dyktowania cen za korzystanie z nich w okresie wysokiego zapotrzebowania (Diogenes Laertios)
- „W jaki sposób chcesz zrozumieć co dzieje się w górze na niebie, jeśli nawet nie wiesz co dzieje się na dole pod twoimi stopami? ”

Metodologia dedukcyjna

M.Kordos ,,Wykłady z historii matematyki”

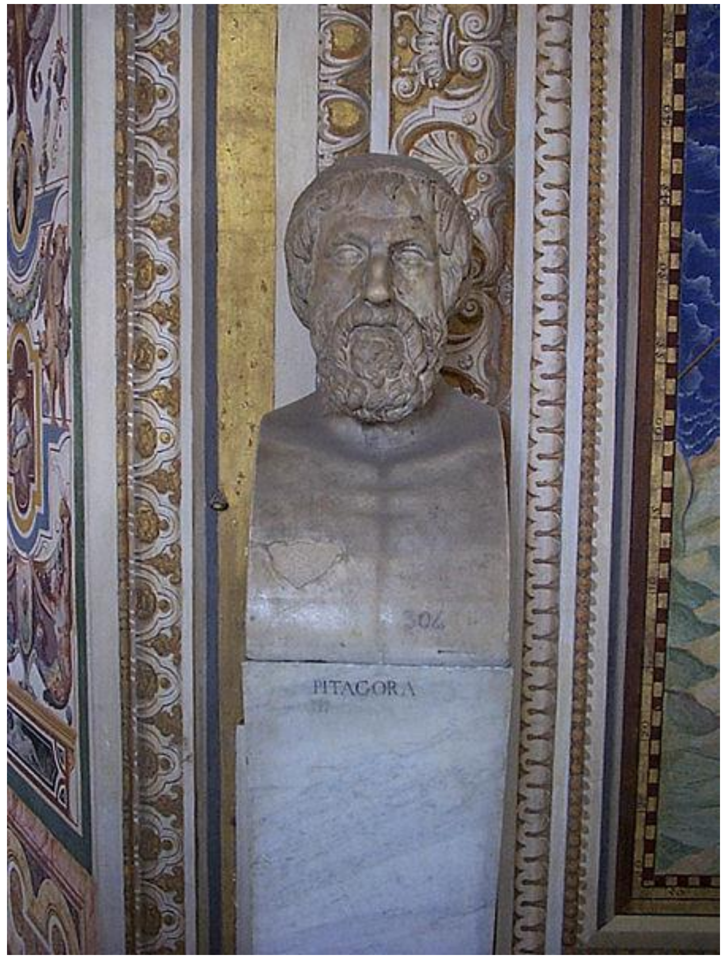
- Teoria całego wszechświata byłaby co najmniej tak skomplikowana, jak wszechświat – byłaby więc całkowicie nieprzydatna.
- Wiedza pewna jest zatomizowana - da się wyrazić w porcjach zwanych twierdzeniami.
- Twierdzenie musi dotyczyć abstraktów.
- Twierdzenie musi być wyrażone formalnie.
- Twierdzenie musi być zdaniem warunkowym.
- Twierdzenia mogą być przyczynami innych twierdzeń.
- Twierdzenie dedukcyjne ma budowę:

  Jeśli zachodzą następujące warunki...

  i jeśli nic innego nie ma wpływu na wynik,

  to na pewno będzie tak...

Pitagoras (gr. Πυθαγόρας, *Pythagoras*)
(ok. 572 p.n.e. na Samos - ok. 474 p.n.e. w Metaponcie)



Szkoła Pitagorejska (Związek Pitagorejski)

- Tajne sprzysiężenie naukowo-mistyczne w Krotonie na Sycylii.
- W szkole pitagorejskiej były także kobiety.
- Przyjaźń to równość - uczniowie łączyli swoje majątki.
- Przez 5 lat zachowywali milczenie i słuchali wykładów Pitagorasa, ale go nie oglądali.
- Widzieli go od momentu kiedy wykazali się znajomością jego nauki.
- Uczniowie mówili o Pitagorasie *On* lub *Sam*
- Sam powiedział: *jest tak a tak*. I koniec dyskusji.
- Asceza pełna zakazów (np. zakaz jedzenia mięsa, ryb, ziaren strączkowych) i nakazów (dobroć dla zwierząt)

Szkoła Pitagorejska

Pitagorejczycy świętujący wschód słońca (1869), obraz rosyjskiego malarza Fiodora Bronnikowa

Kratinos o szkole pitagorejskiej w *Tarentyjczykach*

Taki mają zwyczaj:

gdy dostaną w swe ręce adepta jeszcze zupełnie nie wtajemniczonego, poddają go próbie,

siły umysłu mu mącą za pomocą antytez, definicji, równań, dygresji i wielkości,

do utraty rozumu.

Tezy Pitagoreizmu

- Istnieje harmonia, która utrzymuje wszystko, nie wyłączając bogów
- Motywacją życia i pełnią człowieczeństwa jest poznanie tej harmonii
- Medytacja nad harmonią świata to doktryna pitagoreizmu
- Harmonia jest najlepiej widoczna w

  muzyce, astronomii, arytmetyce i geometrii

Dobre rady Pitagorasa

Diogenes Laertios *Żywoty i poglady sławnych filozofów*

- *Zmysłowych rozkoszy należy zażywać w zimie, mniej na jesieni i na wiosnę, zażywanie ich o każdej porze jest szkodliwe dla zdrowia*
- *Dziecko przez lat dwadzieścia, młodzieniec (νεηνίσκος) przez lat dwadzieścia, młody człowiek (νεηνιης) przez lat dwadzieścia, starzec przez lat dwadzieścia. Te stopnie wieku odpowiadają porom roku, a więc dziecko — to wiosna, młodzieniec — to lato, młody człowiek — to jesień, starzec — to zima.*

Harmonia w muzyce

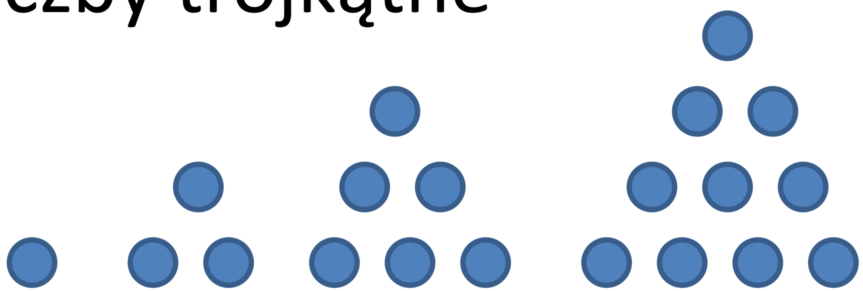
- **1:2** oktawa
- **2:3** kwinta
- **3:4** kwarta
- Harmonia i liczba to jedno
- Teza pierwszego okresu pitagoreizmu

Wszystko jest liczbą.

Wszystko jest dodatnią liczbą wymierną.

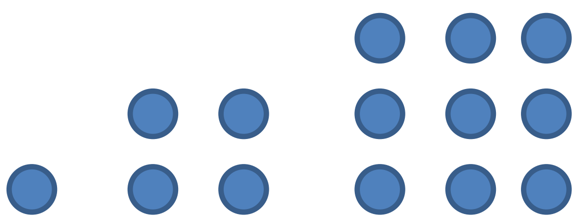
Liczby trójkątne i kwadratowe

- Liczby trójkątne



T(n)=T(n-1)+n

- Liczby kwadratowe

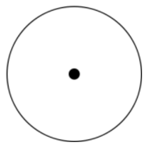


K(n)=1+3+...+2n-1

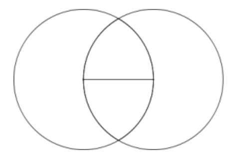
- Liczby zaprzyjaźnione: **220** i **284**

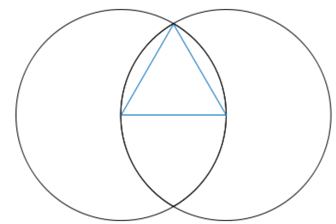
Suma dzielników liczby **220** jest równa **284** i odwrotnie.

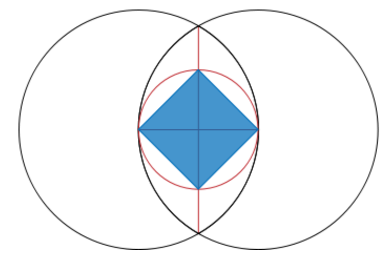
Mistyka liczb

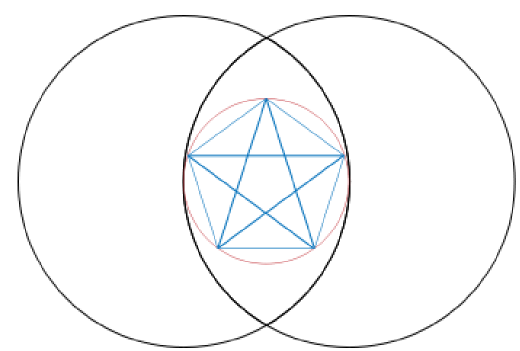


- **1** (monad) to punkt
- **2** (dyad) to prosta
- **3** (triad) to płaszczyzna
- **4** (tetrad)to przestrzeń
- **1,2,3,4** wielka czwórka liczb
- **4:5** nie brzmi harmonijnie
- **1+2+3+4=10** stąd system dziesiętny
- **10** obiektów niebieskich: sfera gwiazd stałych, Słońce, Księżyc, Markury, Wenus, Mars, Jowisz, Saturn, Zienia i Antichton
- **5** (pentad)
- Tajny symbol Pitagorejczyków pentagram

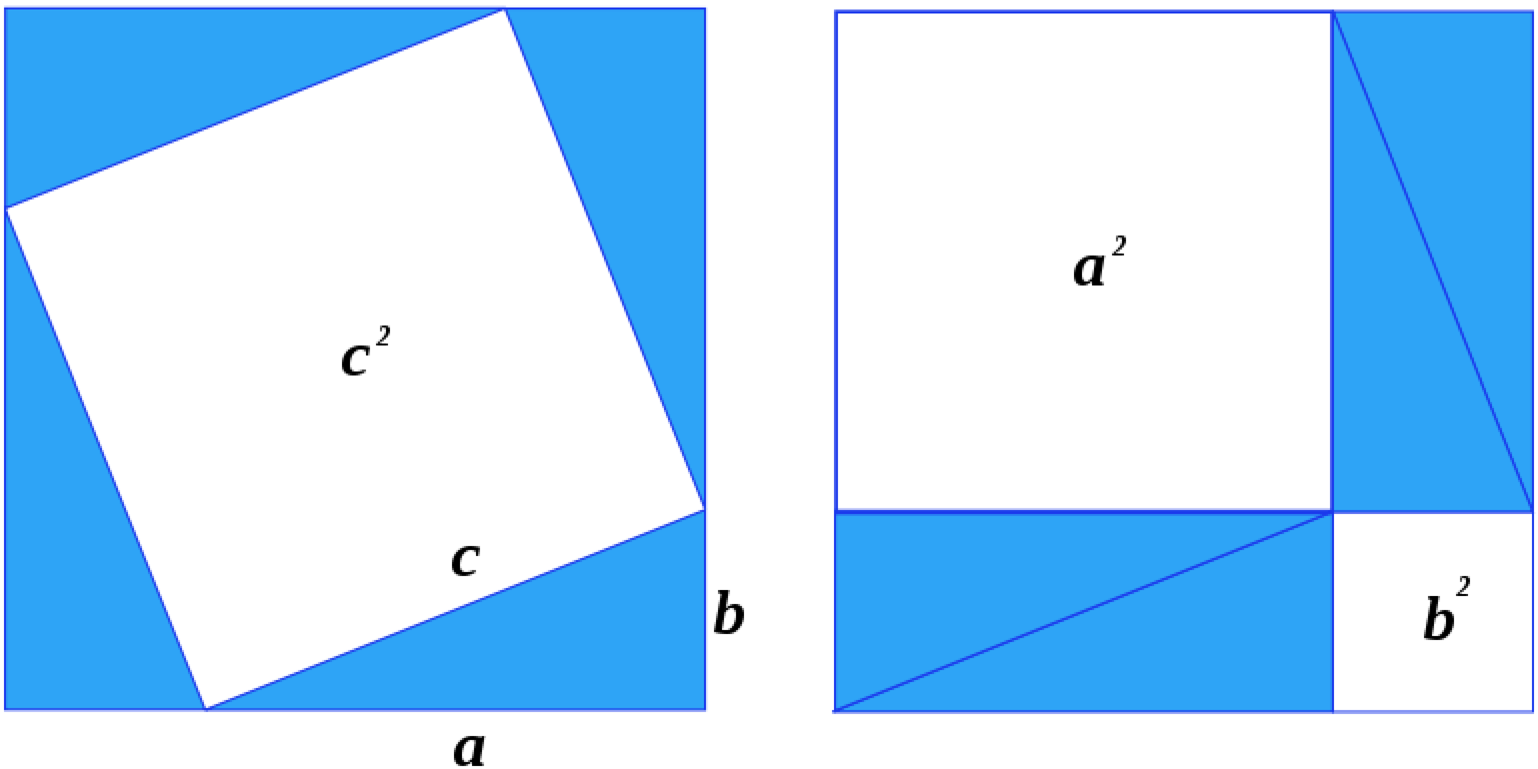








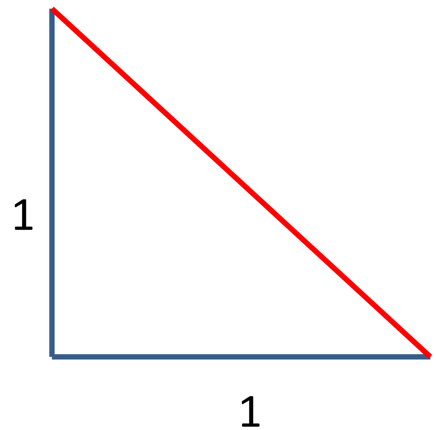
Twierdzenie Pitagorasa
$a^2+b^2=c^2$



Gdy Pitagoras wynalazł swe słynne kwadraty,
złożył bogom wspaniałą ofiarę.

Katastrofa

$\sqrt{2}$ **nie jest liczbą wymierną**



Hippazos z Mezapontu szukał liczby,
która jest długością przekątnej kwadratu jednostkowego.

Nagroda za odkrycie i upublicznienie:
wykluczenie lub
utopienie

W. Domitrz, Krótki kurs historii matematyki

Platon *Prawa księga VII*

- **Klinias:** *O jakiej ignorancji myślisz?*
- **Ateńczyk:** *Mój drogi Kliniasie, sam o niej dowiedziałem się późno i zdumiałem się, jak się sprawa przedstawia, ot, moim zdaniem w sposób godny nie ludzi, lecz raczej świń. Wstyd mnie objął nie tylko za samego siebie, lecz i za wszystkich Greków...*
- **Ateńczyk:** *A my wszyscy Grecy nie uważamy, że długość i szerokość są zawsze współmierne z głębokością, a długość z szerokością?*
- **Klinias:** *Ma się rozumieć.*
- **Ateńczyk:** *Jeżeli jednak tak nie jest, a Grecy mniemają, że tak jest to czyż nie mamy powodu do wstydzenia się za nich...*

Rozpad Szkoły Pitagorejskiej

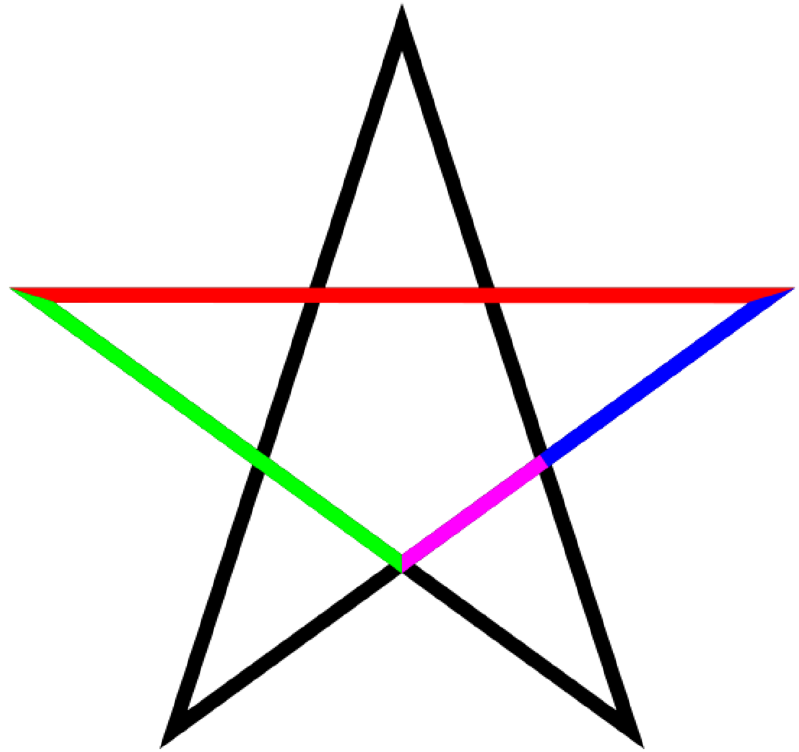
Akuzmatycy

- *akousmatikoi* Ακουσματικοι czyli słuchający
- Tej tajemnicy nie zgłębimy, możemy tylko ją kontemplować i zachwycać się niezbadanym.
- Nurt religijno-mistyczny

Matematycy

- *mathēmatikoi* Μαθηματικοι czyli uczący się lub wiedzący
- Odejdźmy od liczb i zajmijmy się geomertią. Może to nie liczby są ważne a proporcje geometryczne.
- Nurt naukowo-matematyczny.

Pentagram czyli matematyka bez liczb



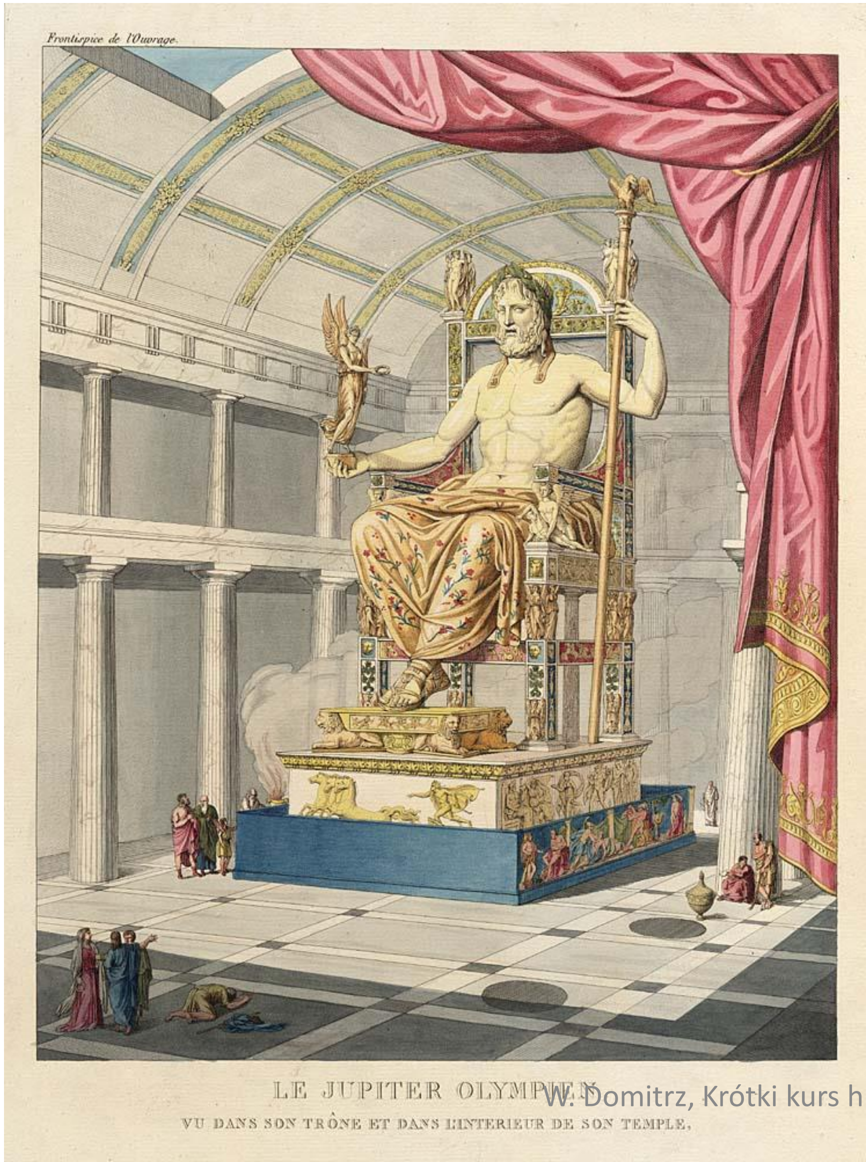
czerwony / zielony = zielony / niebieski = niebieski / fioletowy

Złoty podział

$$\varphi = \frac{a}{x} = \frac{x}{a-x} = \frac{(1+\sqrt{5})}{2}$$

Fidiasz

Zeus Olimpijski



Atena-Dziewica (Ἀθηνᾶ Παρθένος)

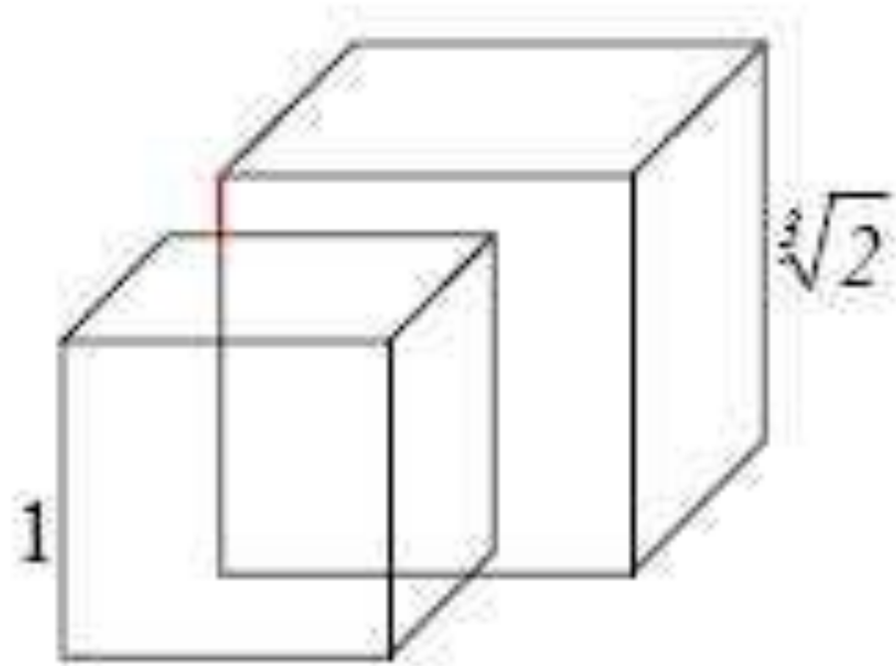
Fidiasz
Zraniona Amazonka

Złoty wiek Aten
(V wiek p.n.e.)

Trzy wielkie problemy

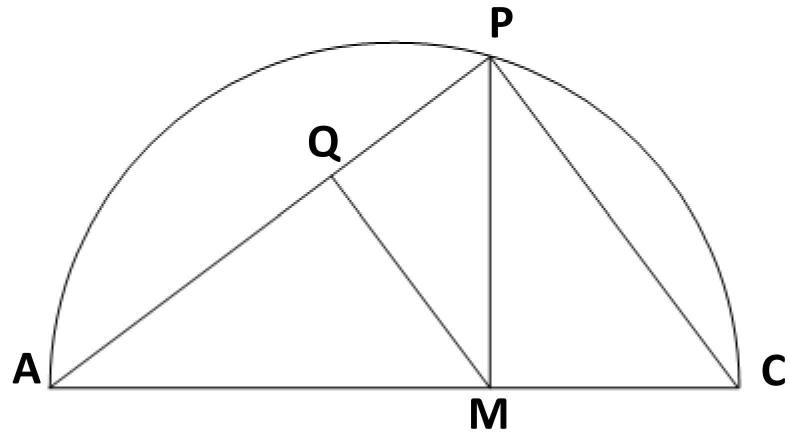
- Podwojenie sześcianu
- Trysekcja kąta
- Kwadratura koła

Problem delijski: podwojenie sześcianu



Problem delijski: podwojenie sześcianu

AQ/AM=AM/AP=AP/AC **AQ=b, AC=a=2b**

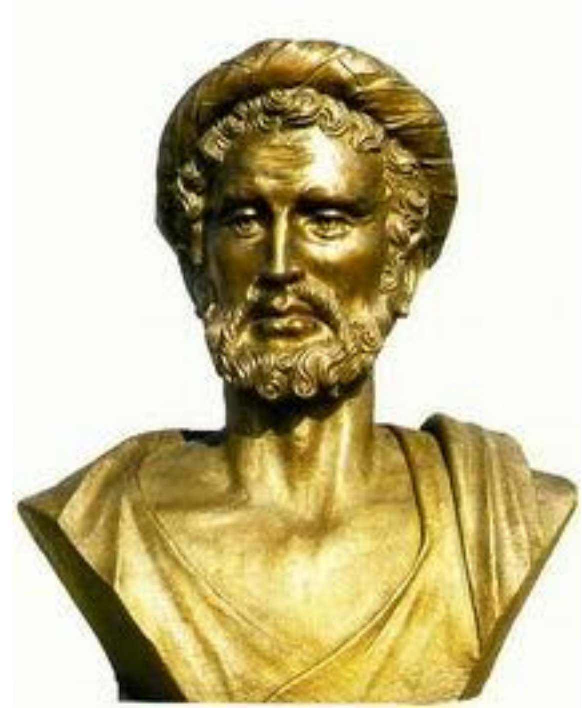


$(AP)^3=2(AM)^3$

Archytas z Tarentu

(gr. Αρχύτας) (428-347 p.n.e.)

- polityk (tyran)
- wojskowy (strateg)
- filozof
- matematyk (pitagorejczyk)
- twórca mechaniki



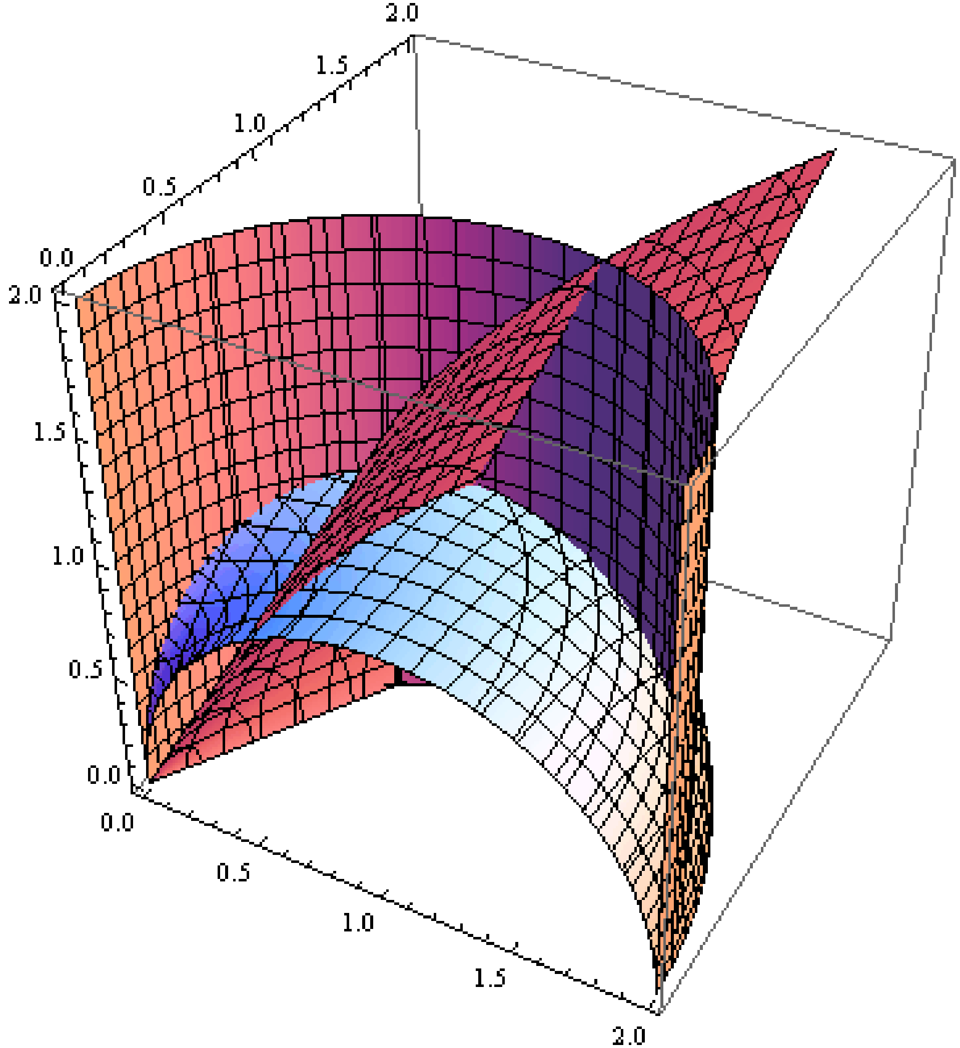
Problem delijski: podwojenie sześcianu
Konstrukcja Archytasa z Tarentu

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{a^2}{b^2} x^2$$

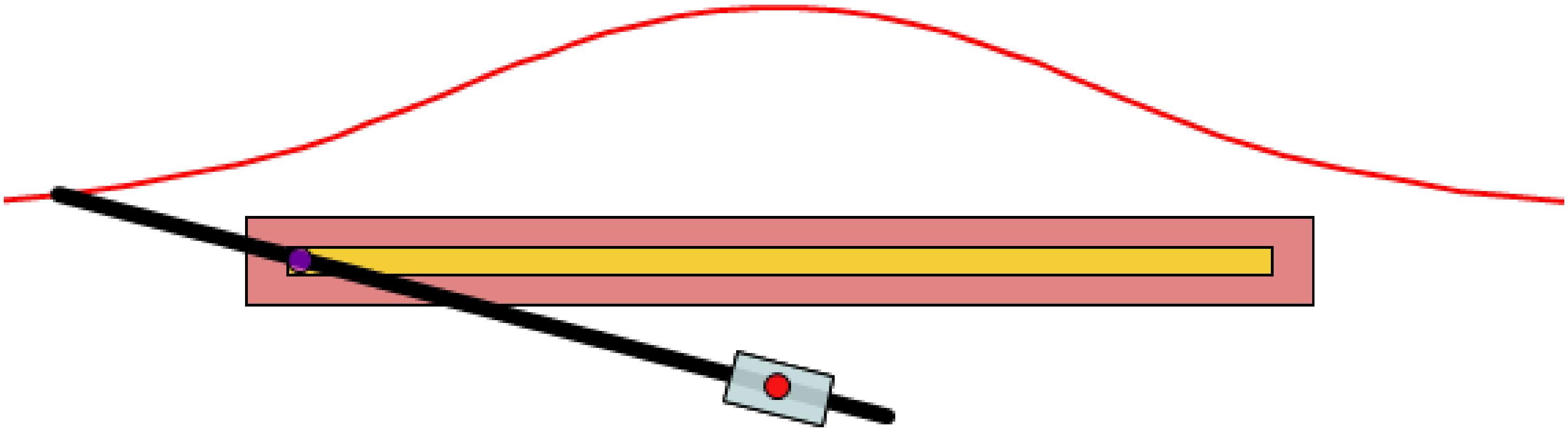
$$x^2 + y^2 = a x$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a \sqrt{x^2 + y^2}$$

Problem delijski: podwojenie sześcianu Konstrukcja Archytasa z Tarentu



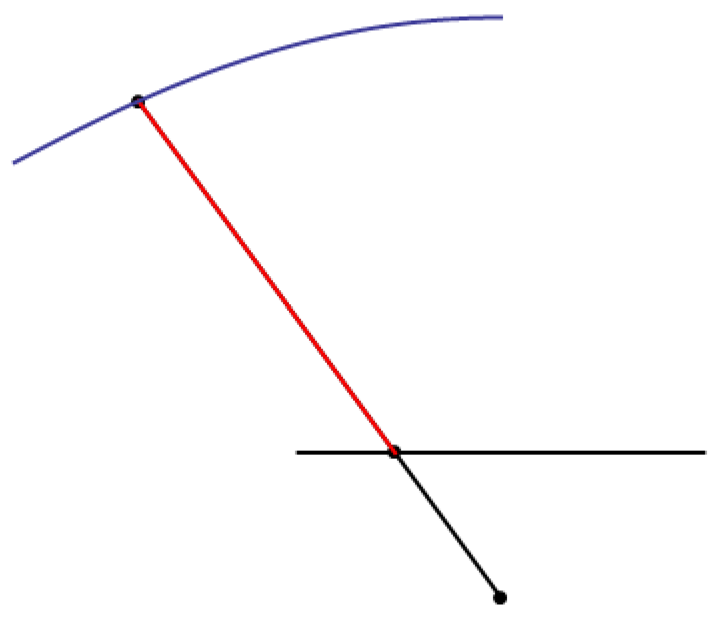
Konchoida Nikomedesa



Autor animacji:
Philtodd
Wikipedia

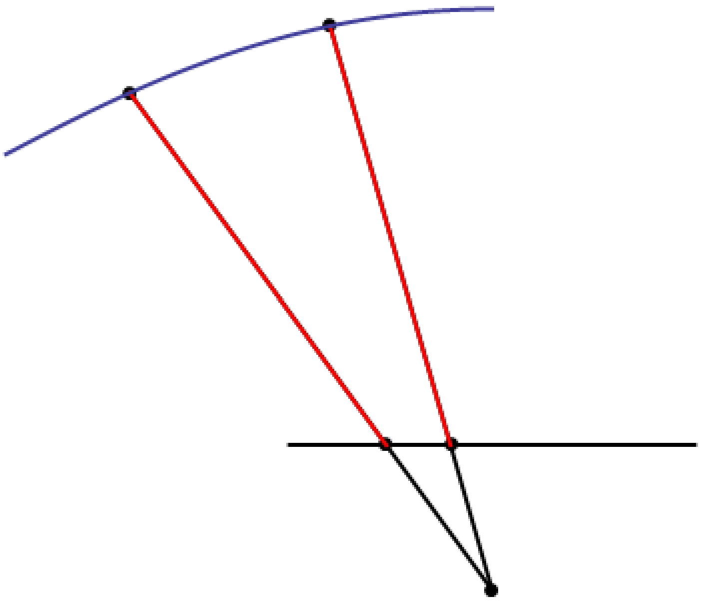
Konchoida Nikomedesa

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki"



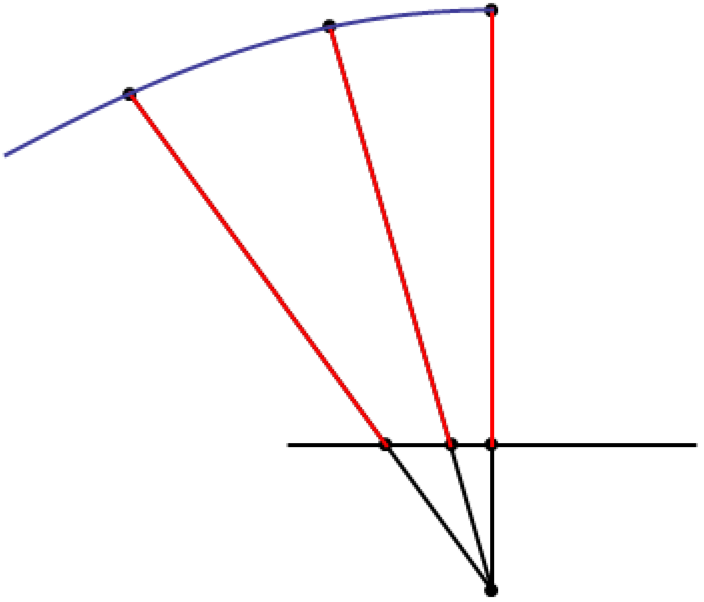
Konchoida Nikomedesa

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki”



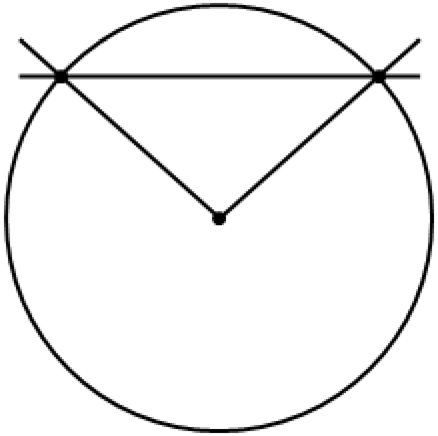
Konchoida Nikomedesa

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki"



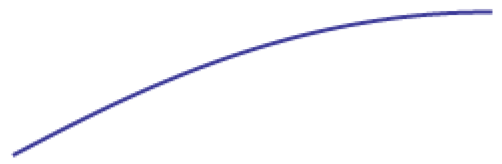
Trysekcja kąta

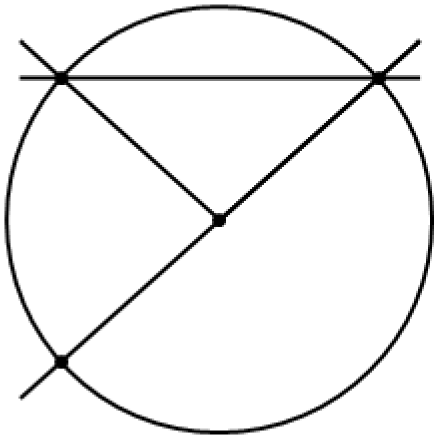
M. Kordos „Wykłady z historii matematyki”



Trysekcja kąta

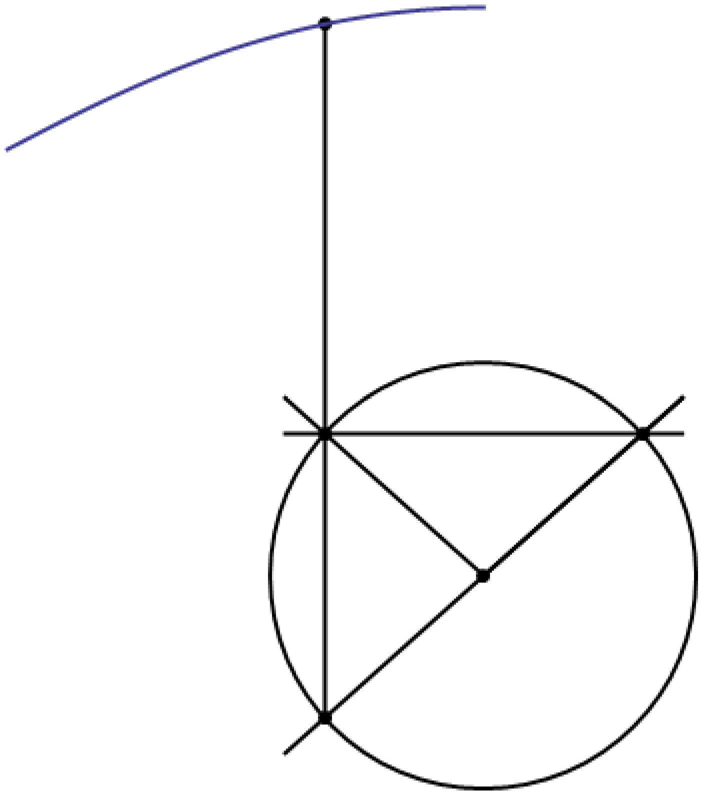
M. Kordos „Wykłady z historii matematyki”





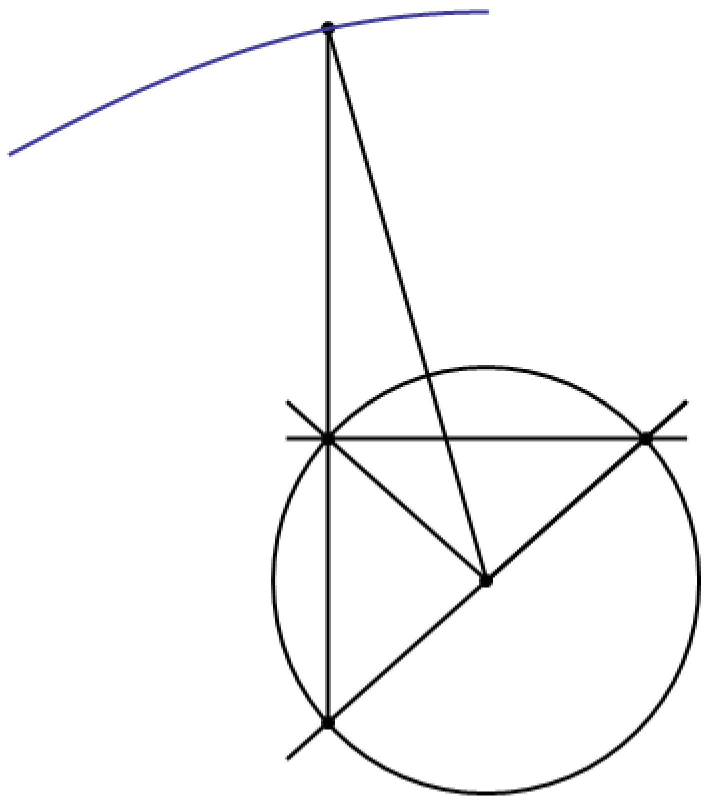
Trysekcja kąta

M. Kordos „Wykłady z historii matematyki”



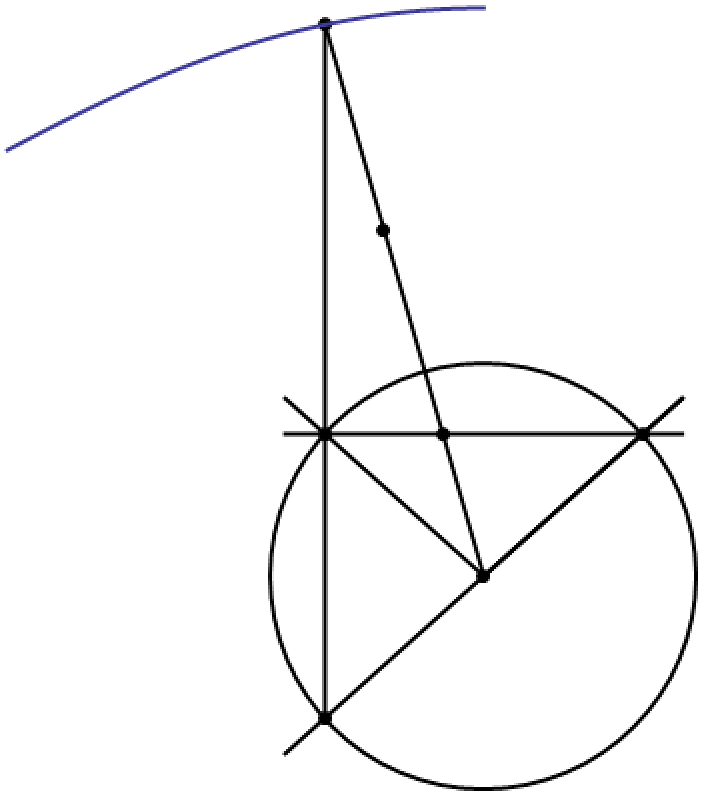
Trysekcja kąta

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki”



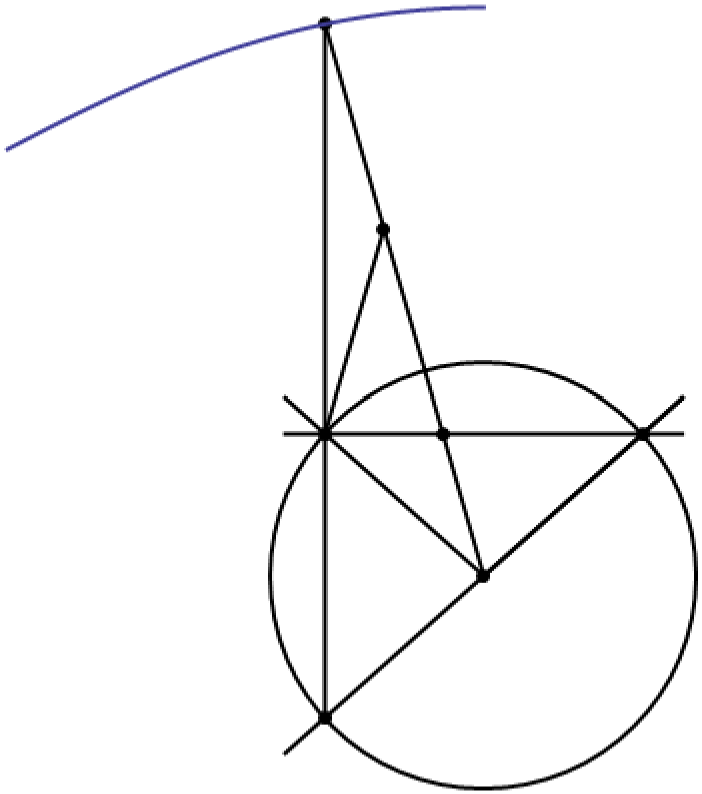
Trysekcja kąta

M. Kordos „Wykłady z historii matematyki”



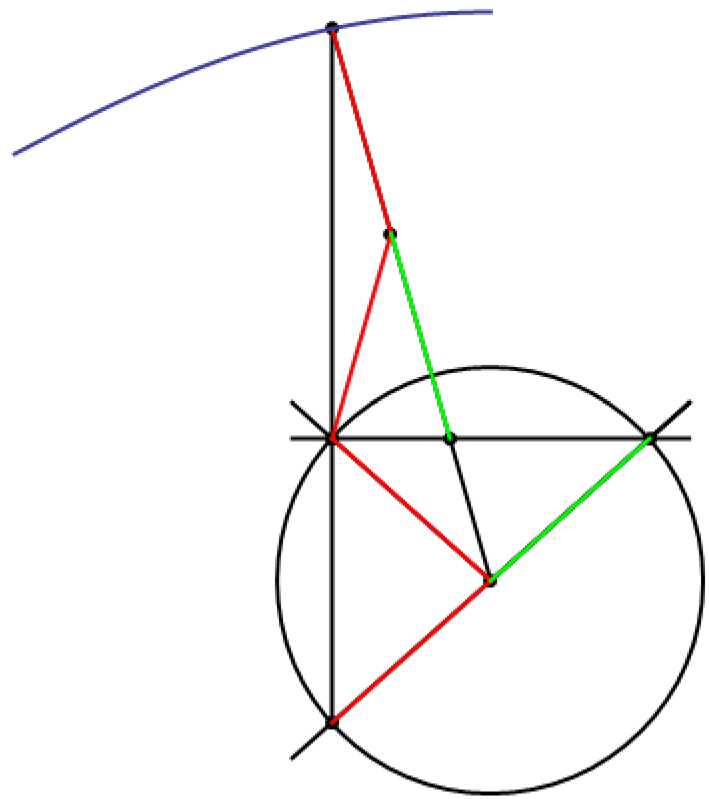
Trysekcja kąta

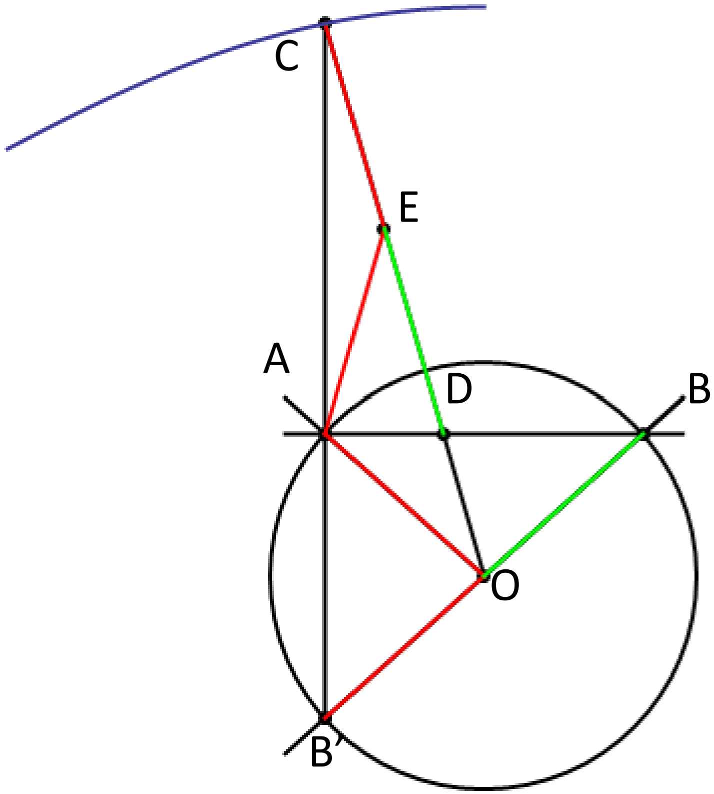
M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki”



Trysekcja kąta

M. Kordos „Wykłady z historii matematyki”





OA=OB=OB’=CE=DE oraz DE=AE
(bo kąt BAB’ jest prosty, trójkąt CAD prostokątny, E to środek okręgu opisanego na nim)
kąt CAE = kąt ACO, kąt AEO = kąt AOC,
kąt OAB’ = kąt OB’C
(kąty w trójkątach równoramiennych)
kąt COB = π - kąt COB’ = kąt OB’C + kąt B’CO
kąt OAB’= π - kąt CAO = kąt AOC + kąt ACO
kąt AEO = π - kąt CEA = kąt ACE + kąt CAE=2 kąt ACO

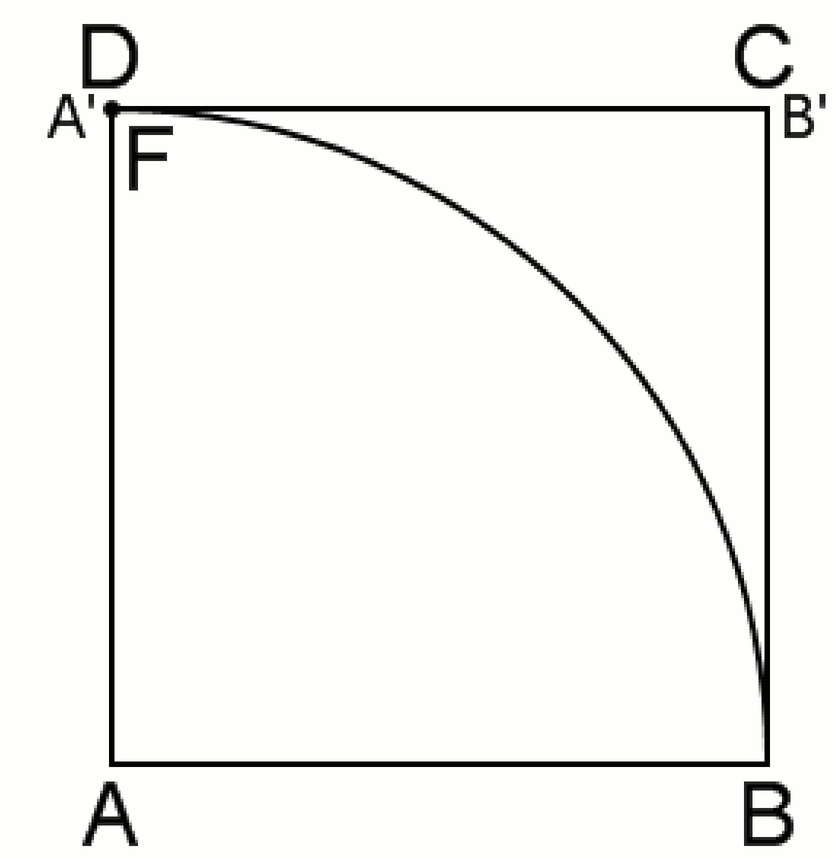
kąt AOB = kąt AOC + kąt COB =
= kąt AOC + kąt OB’C + kąt B’CO =
= kąt AOC + kąt OAB’ + kąt ACO =
= kąt AOC + kąt AOC + kąt ACO + kąt ACO =
= kąt AOC + kąt AOC + kąt AEO =
= kąt AOC + kąt AOC + kąt AOC =
= 3 kąt AOC

Trysekcja kąta

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki”

Kwadratrysta

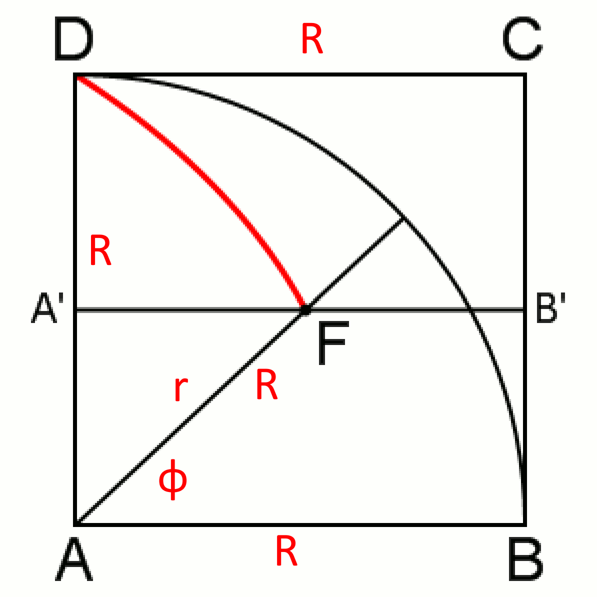
Hippiasz z Elidy (gr. Ἱππίας *Hippias*; V–IV w. p.n.e.)



Autor animacji:
Zorgit
Wikipedia

Kwadratrysta

Hippiasz z Elidy (gr. Ἱππίας *Hippias*; V–IV w. p.n.e.)



$(\pi/2)/R = \phi/(r \sin\phi)$

Kwadratrysta a trysekcja kąta

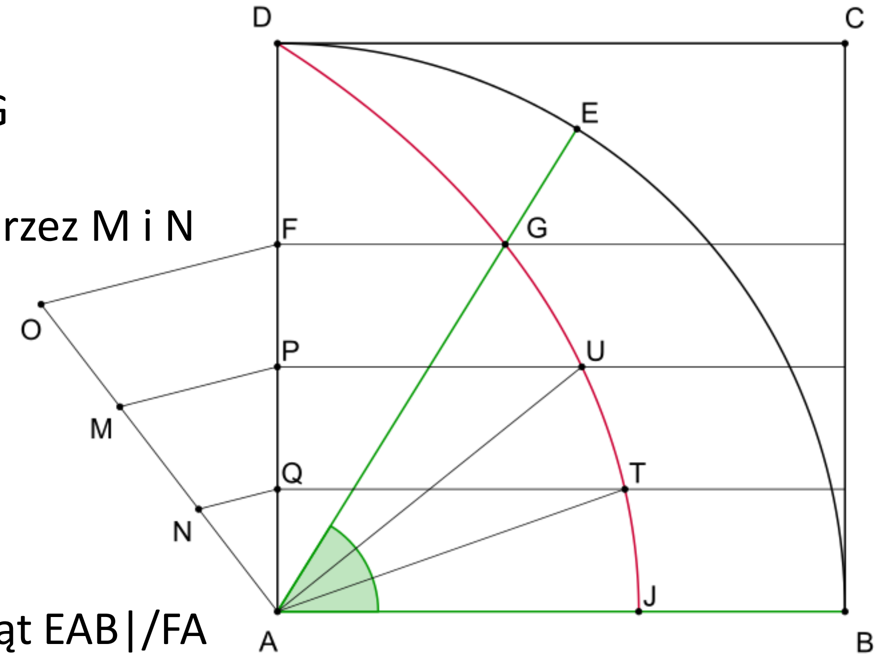
Hippiasz z Elidy (gr. Ἱππίας *Hippias*; V–IV w. p.n.e.)

Konstrukcja trysekcji kąta BAE

Wyznacz G punkt przecięcia kawadratrysty z AE
Poprowadź FG prostą równoległą do AB przez G
Skonstruuj odcinek AO taki, że AN=NM=MO
Poprowadź proste MP i NQ równoległe do OF przez M i N

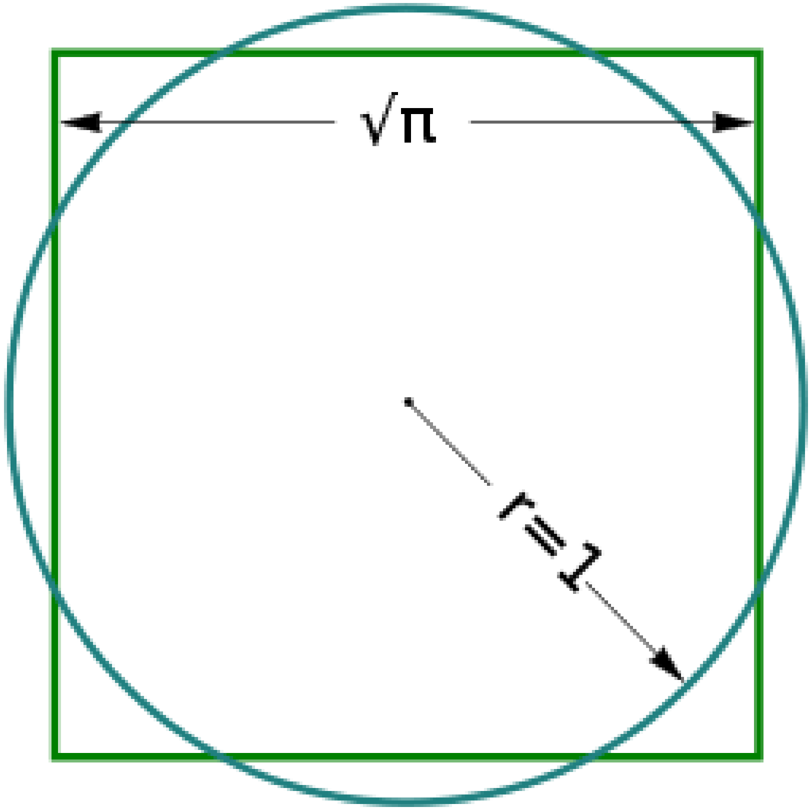
Z tw. Talesa
FP/OM=PQ/MN=QA/NA czyli
FP=PQ=QA=1/3 FA.

Z konstrukcji kwadratysty
|kąt GAU|/FP=|kąt UAT|/PQ=|kąt TAJ|/QA=|kąt EAB|/FA
Z powyższych
|kąt GAU|=|kąt UAT|=|kąt TAJ|=1/3 |kąt EAB|



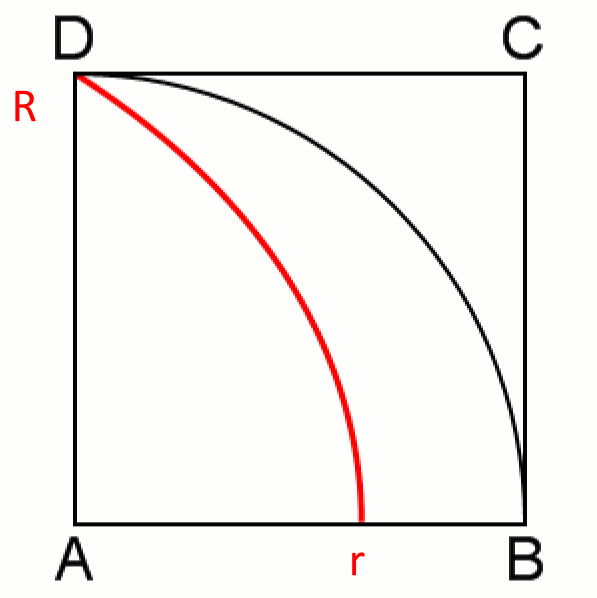
Autor rysunku:
Kmhkmh
(Wikipedia)

Kwadratura koła



Kwadratrysta a kwadratura koła

Dinostratos (IV w. p.n.e.)



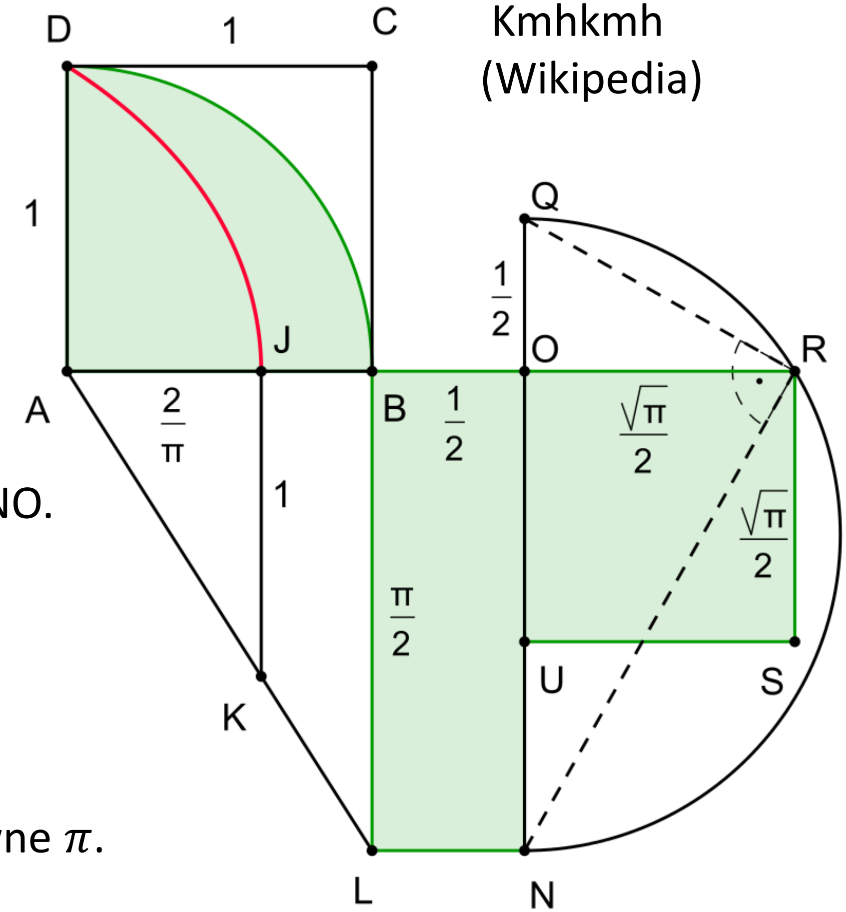
$r=2R/\pi$

Kwadratrysta a kwadratura koła

Dinostratos (IV w. p.n.e.)

Autor rysunku:
Kmhkmh
(Wikipedia)

Z konstrukcji kwadratrysty $AJ=\frac{2}{\pi}$
Konstruuje odcinek KJ =1 i prostopadły do AJ.
Buduję trójkąt prostokątny ALB, gdzie B jest punktem przecięcia prostych AK i CB.
Z tw. Talesa AJ/JK=AB/BL.
Stąd $BL=\frac{\pi}{2}$.
Buduję prostokąt BLNO o bokach BL=NO i $BO=LN=\frac{1}{2}$.
Przedłużam odcinek NO o odcinek $OQ=\frac{1}{2}$ po prostej NO.
Kreślę okrąg na średnicy QN.
Wyznaczam punkt R przecięcia okręgu z prostą BO.
Trójkąty prostokątne QOR i NOR są podobne.
Stąd OR/OQ=NO/OR czyli
$OR=\sqrt{\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{2}}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$. Czyli kwadrat o boku OR ma pole równe π.



Sofiści (V w. p. n. e.)

- *Człowiek jest miarą wszechrzeczy* (Protagoras z Abdery)
- Sofista jest tym, który dusze oczyszcza od mniemań stojących na przeszkodzie naukom.
- *Jacy ludzie uczą się, ci mądrzy, czy ci głupi?*
- *Kiedyście się uczyli, to jeszcze nie wiedzieliście, czegoście się uczyli?*
- *Więc czyście byli mądrzy, kiedyście tego nie wiedzieli?*
- *Więc jeśli nie mądrzy to głupi.*
- *Ucząc się rzeczy, których nie znaliście uczyliście się ich jako głupi.*
- *Wobec tego, to głupi się uczą a nie mądrzy.*

Zenon z Elei

(gr. Ζήνων ὁ Ἐλεάτης *Zenon ho Eleates*; ok. 490 p.n.e. - ok. 430 p.n.e.)

Paradoksy ruchu

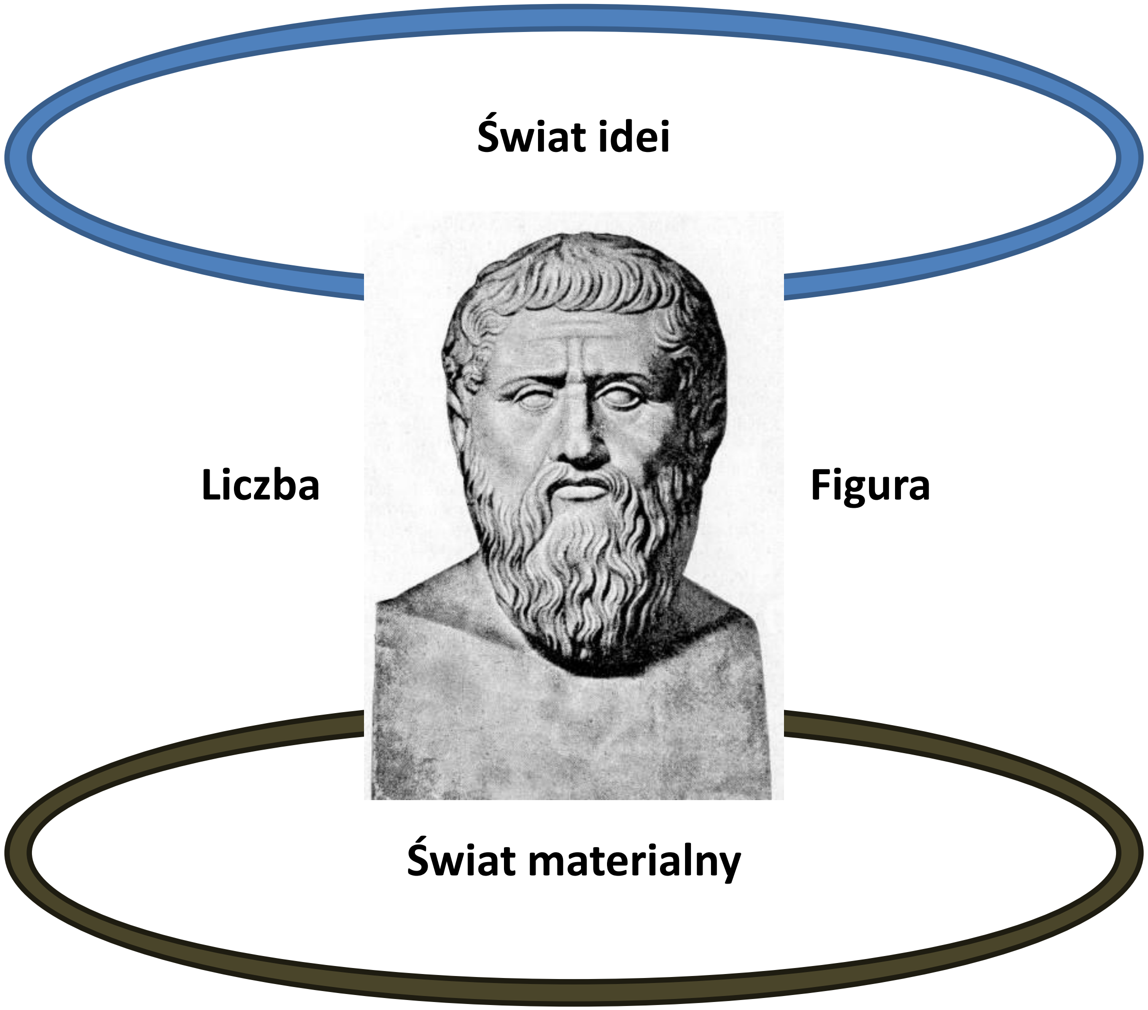
- Dychotomia
- Achilles i żółw
- Strzała

Dychotomia

Platon

- „jeżeli człowiek znajduje się w konieczności wyjazdu za granicę, winien uzyskać pozwolenie władz, a po powrocie oddać dewizy, które przywiózłby, do kasy państwowej, która mu ich wartość wypłaci w walucie wewnętrznej.
- Jeżeli zostało wykryte, że zachował on pewną ich część dla siebie, zarówno on, jak i wszyscy, którzy o tym wiedzieli, a nie złożyli doniesienia, winni być hańby puklerzem obłożeni i ukarani grzywną.”

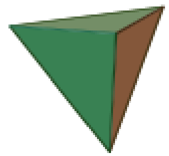
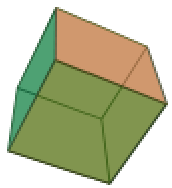
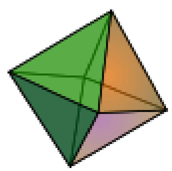
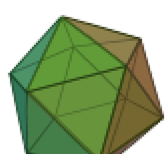
PLATON (427-347 p.n.e.)



Rygoryzm Platona w matematyce

- Konstrukcje tylko za pomocą cyrkla i linijki
- Dopuszczalność nieskończoności potencjalnej
- Niedopuszczalność nieskończoności aktualnej

Akademia Platońska
ΑΓΕΩΜΕΤΡΗΟΣ ΜΝΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤΩ

Nazwa	Nazwa grecka	Grafika	Ściana	Liczba ścian	Liczba krawędzi	Liczba wierzchołków
Czworościan (ogień)	***tetraedr***		**trójkąt foremny (równoboczny)**	**4**	**6**	**4**
Sześcian (ziemia)	***heksaedr***		**czworokąt foremny (kwadrat)**	**6**	**12**	**8**
Ośmiościan (powietrze)	***oktaedr***		**trójkąt foremny (równoboczny)**	**8**	**12**	**6**
Dwunastościan (wszechświat)	***dodekaedr*** **(odkrywca Teajtetos)**		**pięciokąt foremny**	**12**	**30**	**20**
Dwudziestościan (woda)	***ikosaedr***		**trójkąt foremny (równoboczny)**	**20**	**30**	**12**

Wielkości jednego rodzaju (IV wiek p.n.e.)

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki”

- Wielkości jednego rodzaju muszą się dać porównać.
- Dla dwóch wielkości jednego rodzaju istnieje wielkość tegoż rodzaju równa jej sumie.
- Jeśli wielkość **A** jest większa od wielkości **B**, to istnieje wielkość tego samego rodzaju, która dodana do **B** da wielkość równą **A**.
- Dla dowolnych wielkości **A** i **B** istnieje takie całkowite zwielokrotnienie wielkości **B**, które jest większe od **A** (aksjomat Archimedesa)

Dwie greckie koncepcje wprowadzenia liczb rzeczywistych

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki”

Teajtetos (410-369 p.n.e.)

Dla **A**, **B** wielkości tego samego rodzaju, jeśli **B ≤ A** to istnieje naturalna **n** taka, że

$$nB \leq A < (n+1)B.$$

A=nB albo **C=A-nB<B**

Powtarzamy konstrukcję dla wielkości **C<B** powtarzamy konstrukcję (dzielenie z resztą, algorytm Euklidesa)

Otrzymujemy ciąg

$$(n_1;n_2,n_3,\ldots)$$

opisujący proporcję **A** i **B**.

Eudoksos (ok. 410-355 p.n.e.)

Wielkości **A**, **B** tego samego rodzaju tworzą tę samą proporcję co wielkości **F**, **G** tego samego rodzaju (choć może innego rodzaju niż **A**, **B**), gdy dla każdej pary liczb naturalnych **(m, n)** zachodzą warunki

Jeśli **mA<nB**, to **mF<nG**,

jeśli **mA=nB**, to **mF=nG**,

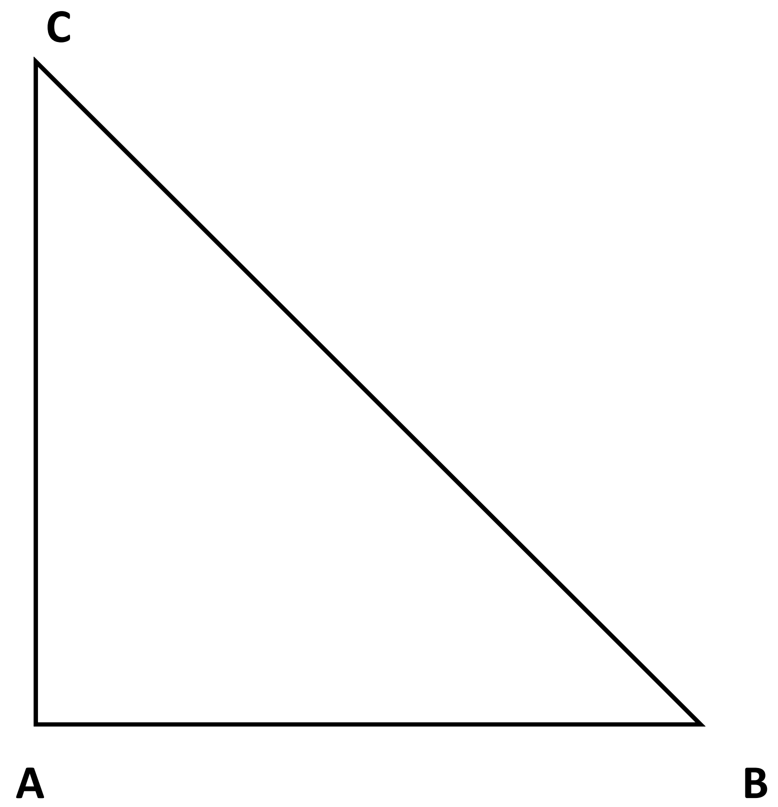
jeśli **mA>nB**, to **mF>nG**.

Niewspółmierność przekątnej i boku kwadratu wg. Teajtetosa

1;

$AC=AB$

$AC<BC<AB+AC=2\ AC$



Niewspółmierność przekątnej i boku kwadratu wg. Teajtetosa

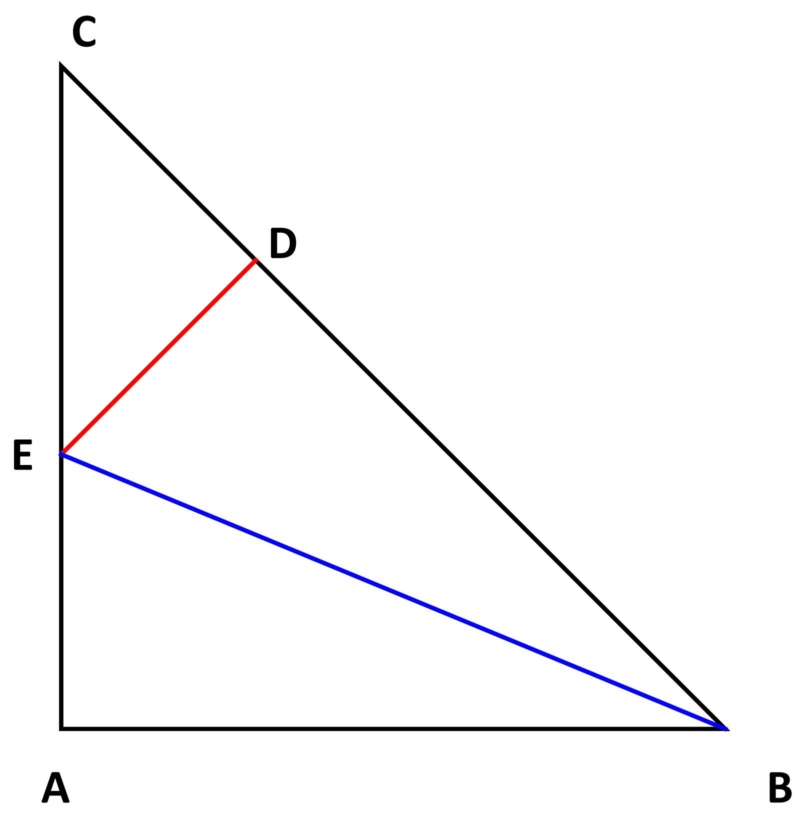
1;

AC=AB

AC<BC<AB+AC=2 AC

AC=BD

CD=DE=AE



Niewspółmierność przekątnej i boku kwadratu wg. Teajtetosa

1; 2,

AC=AB

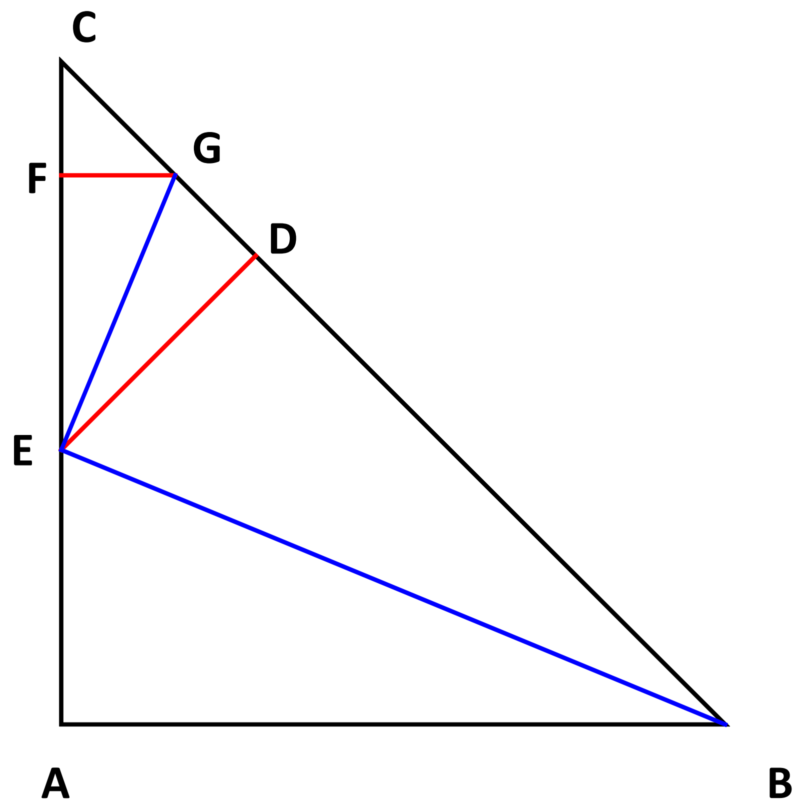
AC<BC<AB+AC=2 AC

AC=BD

CD=DE=AE

CD=AE=EF

2 CD=AE+EF<AC<3 CD



Niewspółmierność przekątnej i boku kwadratu wg. Teajtetosa

1; 2, 2,

AC=AB

AC<BC<AB+AC=2 AC

AC=BD

CD=DE=AE

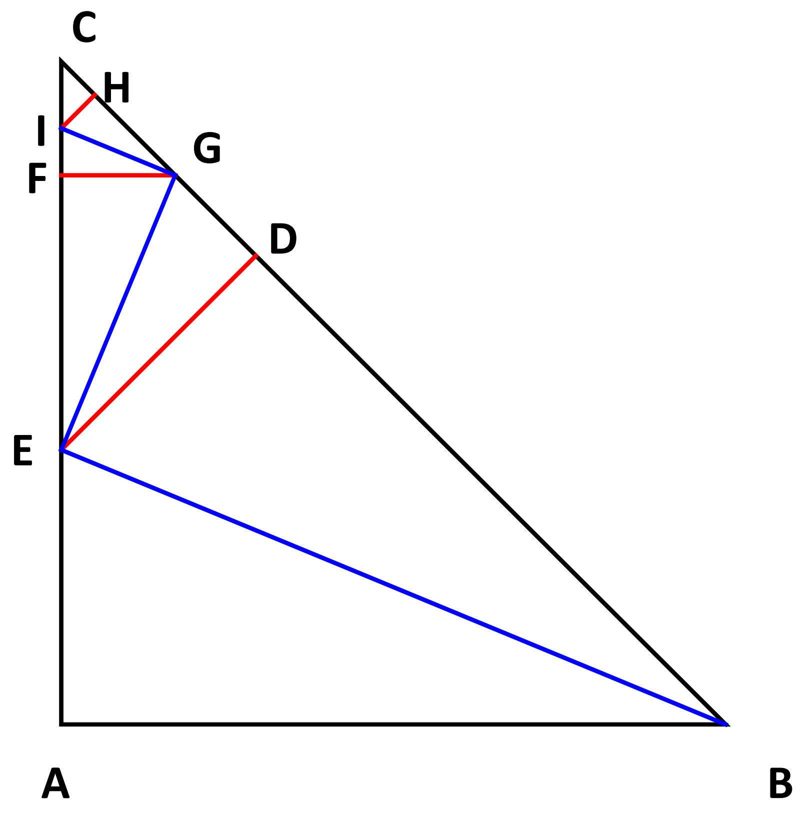
CD=AE=EF

2 CD=AE+EF<AC<3 CD

FC=FG=GD

FC=GD=GH

2 FC=GD+GH<CD<3 FC



Niewspółmierność przekątnej i boku kwadratu

1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, ...

AC=AB

AC<BC<AB+AC=2 AC

AC=BD

CD=DE=AE

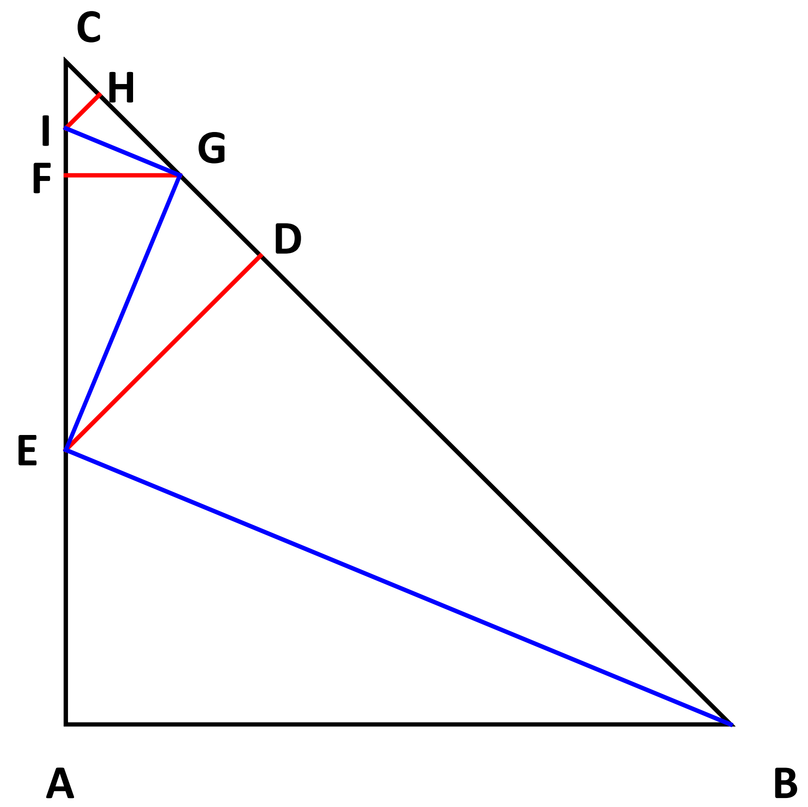
CD=AE=EF

2 CD=AE+EF<AC<3 CD

FC=FG=GD

FC=GD=GH

2 FC=GD+GH<CD<3 FC

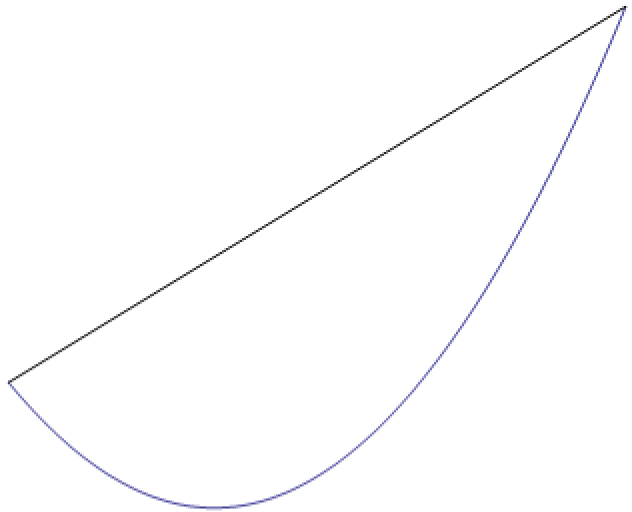


Metoda wyczerpywania czyli całka Eudoksosa

- S - poszukiwana miara
- $S_1 \geq S/2$
- $S_2 \geq (S - S_1)/2$
- $S_3 \geq (S - S_1 - S_2)/2$
- ...
- $S \geq S_1 + S_2 + S_3 + \ldots \geq S/2 + S/4 + S/8 + \ldots = S$
- $S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots$

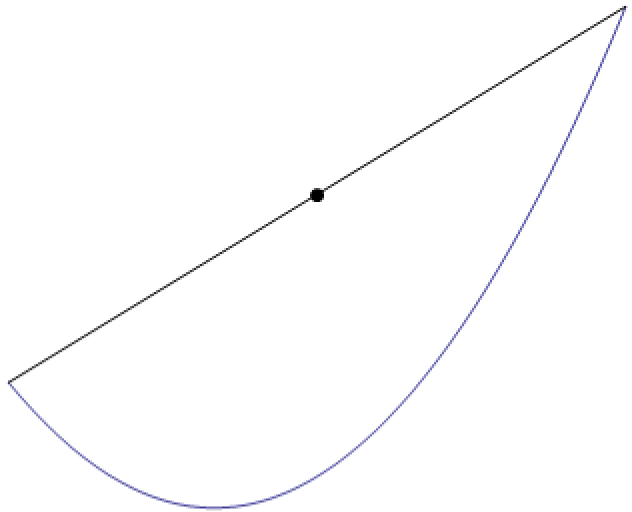
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



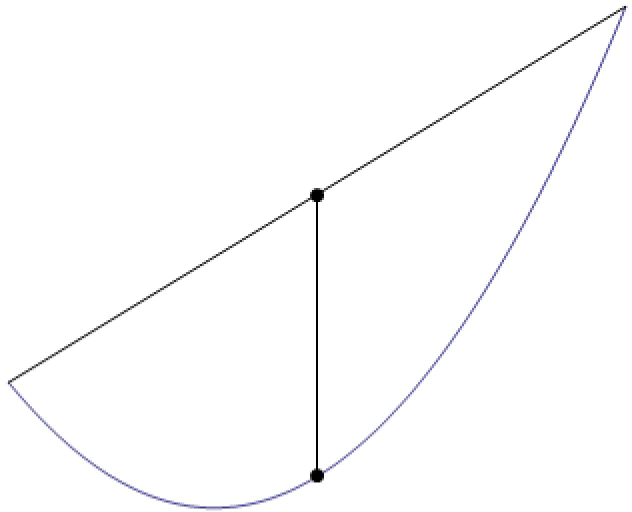
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



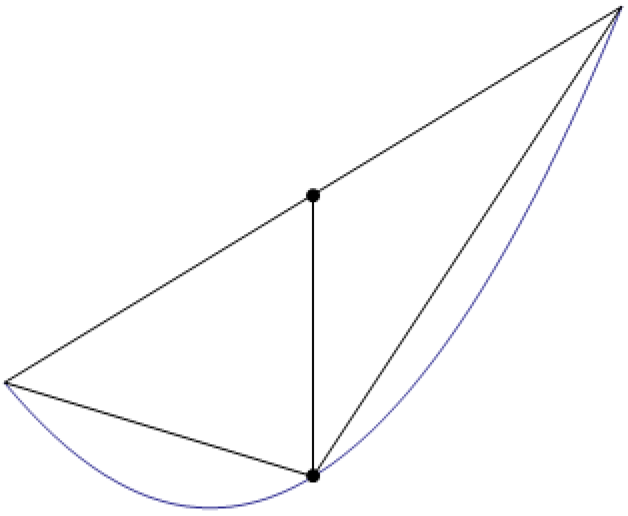
Archimedes ,,Kwadratura paraboli''

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ''



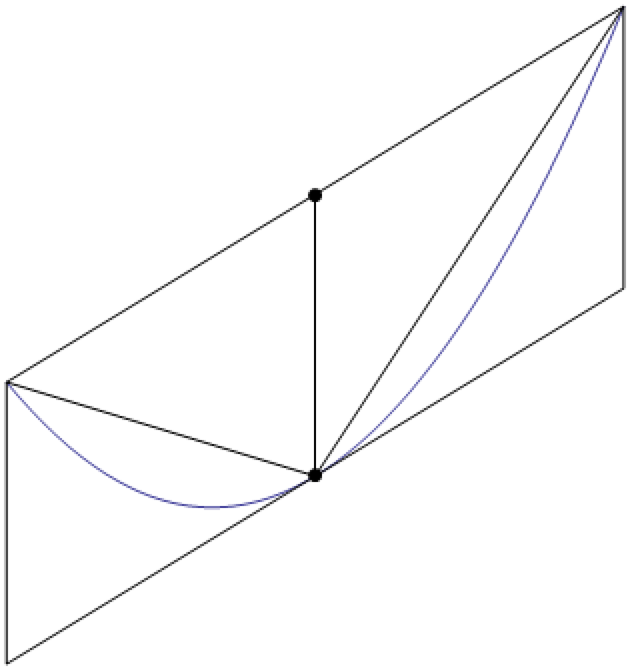
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



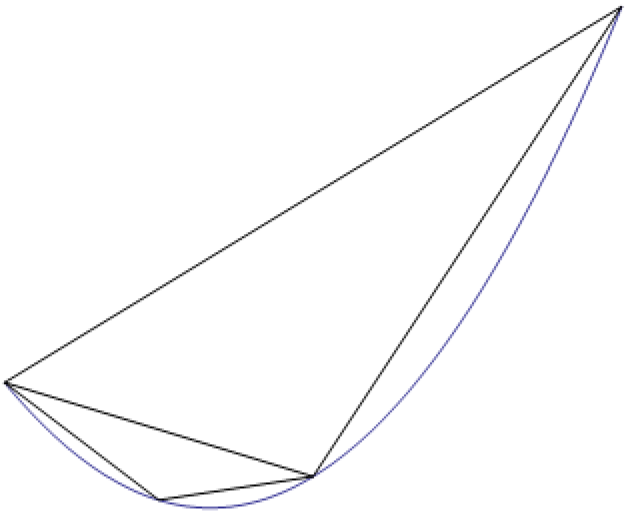
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



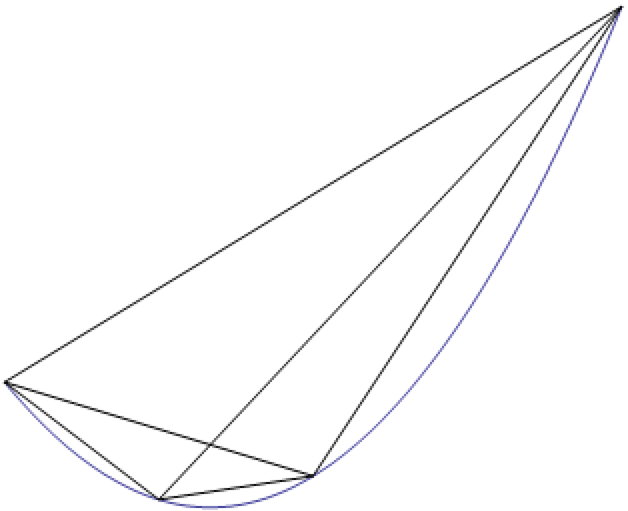
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



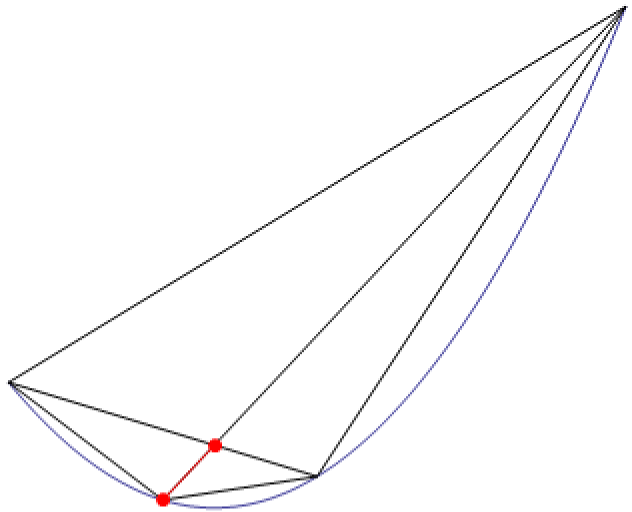
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



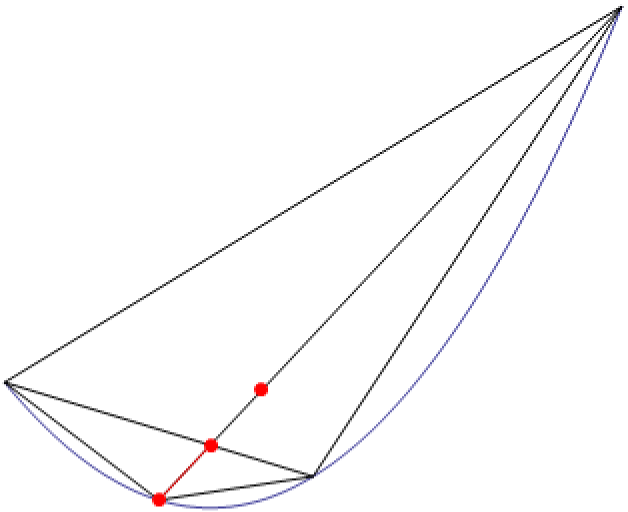
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



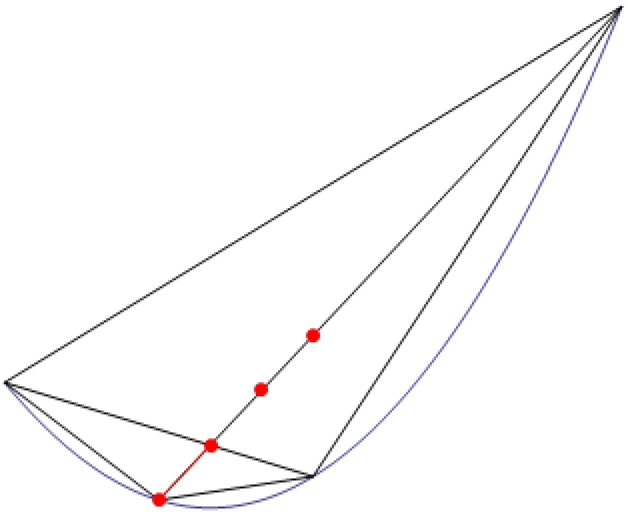
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



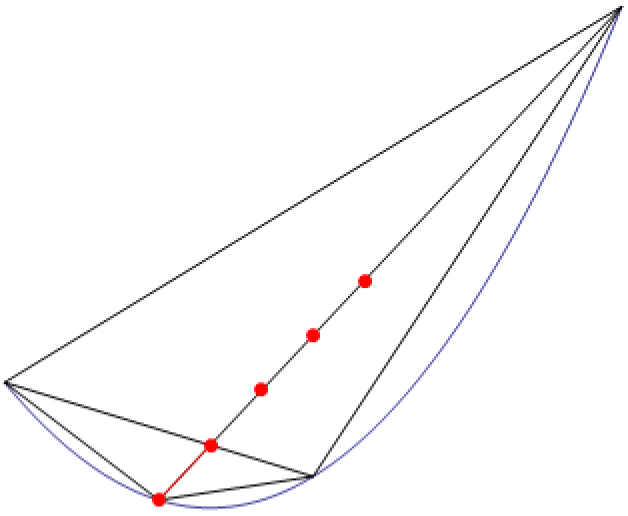
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



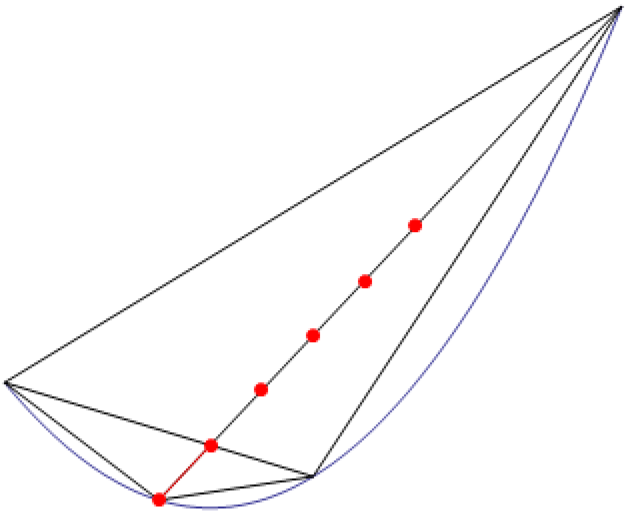
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



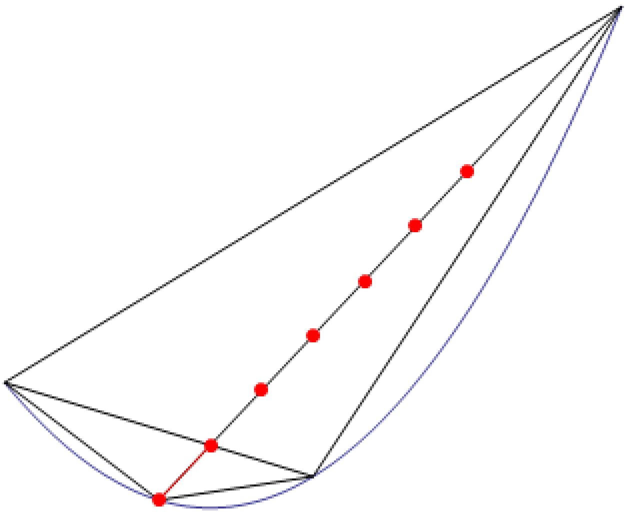
Archimedes ,,Kwadratura paraboli''

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ''



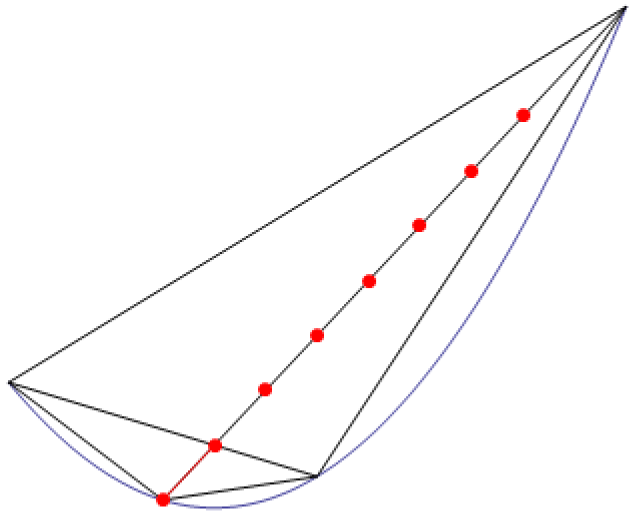
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



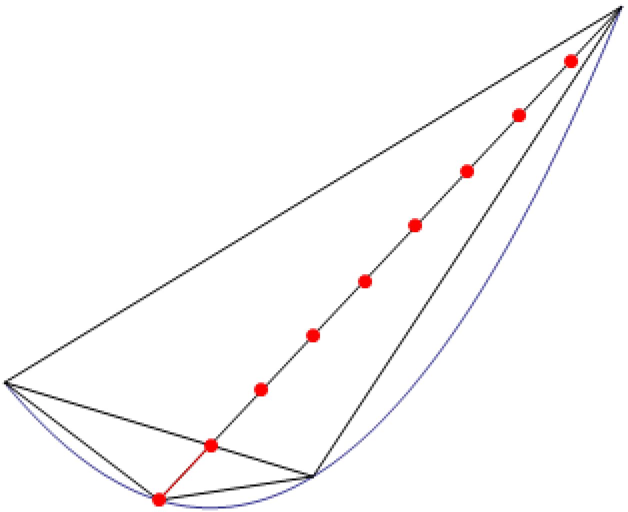
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



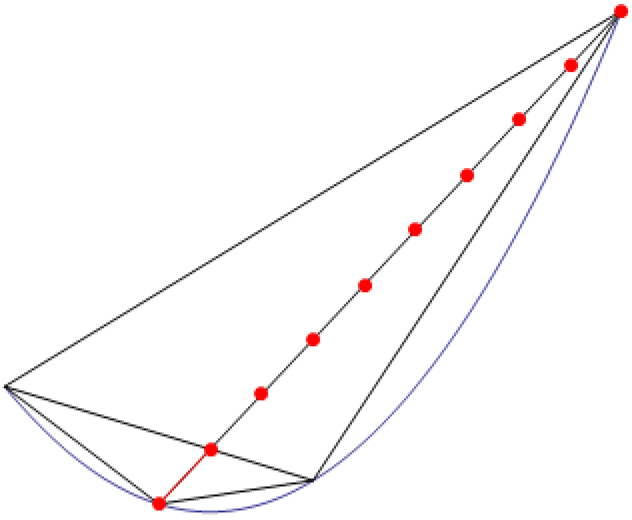
Archimedes ,,Kwadratura paraboli''

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ''



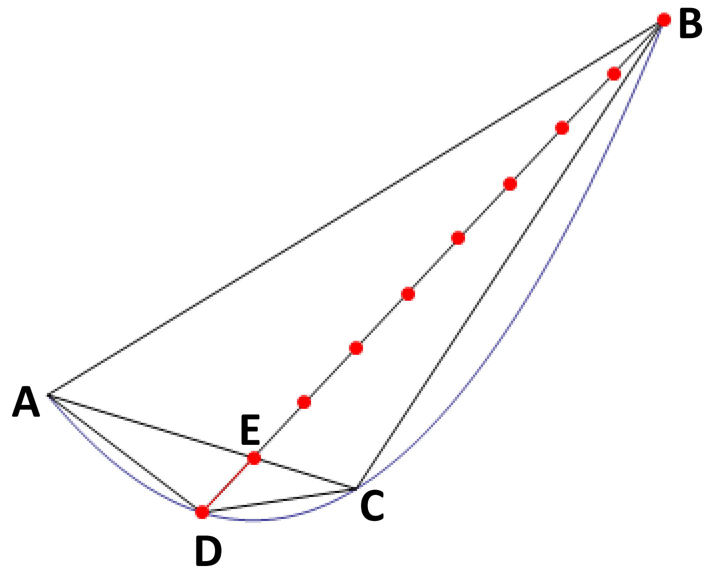
Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



Archimedes ,,Kwadratura paraboli''

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ''



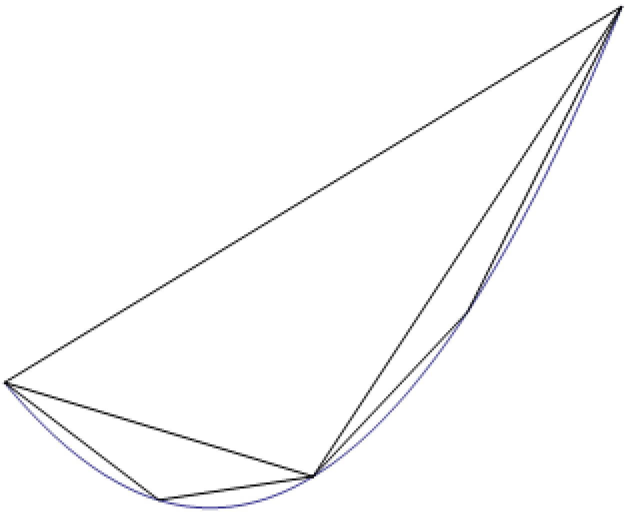
$$|EB| = 8|ED|$$

$$S_1 = |\Delta ABC|$$

$$|\Delta ADC| = 1/8\, S_1$$

Archimedes ,,Kwadratura paraboli’’

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki ’’



S_1 +1/4 S_1 +1/16S_1+... =S_1(1+1/4+1/16+...) =4/3S_1

Bibliografia

- Jerzy Mioduszewski ,,Ciągłość. Szkice z kistorii matematyki" WSiP, Warszawa 1996.
- Marek Kordos ,,Wykłady z historii matematyki" SCRIPT, Warszawa 2006.
- Witold Więsław ,,Matematyka i jej historia", NOWIK, Opole 1997.
- Jan Hartman ,,Czego filozof może nauczyć się od matematyka?" Wiad. Mat. 45 (1), 51-58.
- Leszek Kołakowski ,,Mini wykłady o maxi sprawach" Wyd. Znak, Kraków 2004.
- Ian Stewart ,,Oswajanie nieskończoności. Historia matematyki" Prószyński i S-ka, Warszawa 2010.
- Wikipedia, hasła różne i linki zewnętrzne do nich.
- Michał Szurek ,,Matematyka dla humanistów" RTW, Warszawa 2000.
- Philip J. Davis, Reuben Hersh ,,Świat matematyki" Warszawa PWN 1994.
- Marcus du Sautoy „The Story of Maths", Serial BBC4, 2008 (w Polsce ,,Historia matematyki" Planete) http://open2.net/storyofmaths/abouttheseries.htm
- Zygmunt Kubiak „Dzieje Greków i Rzymian" Świat Książki, Warszawa 2003.
- Stefan Kulczycki „Z dziejów matematyki greckiej" Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1973.
- Dirk J. Struik „Krótki zarys historii matematyki do końca XIX wieku" Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1963.
- „Historia matematyki" pod redakcją A. P. Juszkiewicza, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1975.